2025학년도 모의논술고사[의·약학계-수학]

1. 2025학년도 모의논술고사 예시답안

[논제 I-1] (1) 타원과 직선의 교점 중 하나를 (x_1, y_1)이라고 하면, 다른 교점은 $(-x_1, -y_1)$이다. 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은 $\frac{x_1 x}{a^2}+\frac{y_1 y}{b^2}-1=0$ 이므로, 이 접선과 점 $(-x_1, -y_1)$ 사이의 거리는

$$\frac{\left|\frac{x_1(-x_1)}{a^2}+\frac{y_1(-y_1)}{b^2}-1\right|}{\sqrt{\left(\frac{x_1}{a^2}\right)^2+\left(\frac{y_1}{b^2}\right)^2}}=\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a^4}+\frac{m^2}{b^4}\right)x_1^2}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a^4}+\frac{m^2}{b^4}\right)\left(\frac{a^2b^2}{b^2+m^2a^2}\right)}}=2ab\sqrt{\frac{a^2m^2+b^2}{a^4m^2+b^4}}$$

이다.

(2) C_2의 방정식은 $\frac{(y-10-v)^2}{9}+\frac{(x-20-u)^2}{16}=1$ 이고. C_3의 방정식은 $\frac{(x-10-(u+v))^2}{9}+\frac{(y-20-(u+v))^2}{16}=1$ 이다. 따라서 C_3는 C_1을 x축 방향으로 $u+v$만큼, y축 방향으로 $u+v$만큼 평행이동하여 얻은 타원이다.

한편 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 와 직선 $y=x$가 제1사분면에서 만나는 점을 $P(k,k)$라 하면, P가 타원 위의 점이므로, $\frac{k^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}=1$이고, k가 양수이므로, $k=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 이다. 점 $P(k,k)$에서 타원에 접하는 접선을 l_1이라고 하면 그 방정식은 $\frac{kx}{a^2}+\frac{ky}{b^2}=1$ 이고, 점 $Q(-k,-k)$에서 타원에 접하는 접선 l_2의 방정식은 $\frac{-kx}{a^2}+\frac{-ky}{b^2}=1$ 이다. 이제 l_2를 x축 방향으로 $2k$, y축 방향으로 $2k$만큼 평행이동한 직선의 방정식은 $\frac{-k(x-2k)}{a^2}+\frac{-k(y-2k)}{b^2}=1$로서, l_1의 방정식과 같다. 따라서 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 과 $\frac{(x-2k)^2}{a^2}+\frac{(y-2k)^2}{b^2}=1$ 은 $P(k,k)$에서 공통인 접선을 가지고 결국 서로 한 점에서 만난다.

그러므로 $u+v=2\times\frac{3\times 4}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{24}{5}$ 일 때, C_3와 C_1이 접하게 된다. 따라서 C_3와 C_1이 서로 만나기 위해서는 $u+v\le\frac{24}{5}$을 만족하여야 한다. 이를 만족하는 음이 아닌 정수의 쌍 (u,v)는 (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (4,0) 이므로 그 개수는 모두 15개이다.

[논제 I-2] (1) 주어진 자연수가 1, 1, 2, 2이면 이 중 어떠한 3개의 수를 선택해도 합이 3으로 나누어떨어지지 않는다. 따라서 $n \geq 5$이다.
$n=5$ 인 경우를 생각하자. 임의의 자연수를 3으로 나눈 나머지를 생각하면 0, 1, 2이다.

(i) 5개의 자연수를 3으로 나눈 나머지가 0, 1, 2중에 하나만 나타나는 경우

이때는 5개의 자연수 중 임의의 3개를 선택하면 항상 합이 3으로 나누어떨어진다.

(ii) 5개의 자연수를 3으로 나눈 나머지가 0, 1, 2중에 두 개만 나타나는 경우

두 종류의 나머지 중 적어도 하나는 3번 이상 나타난다. 따라서 이 3개의 수를 더하면 3으로 나누어떨어진다.

(ii) 5개의 자연수를 3으로 나눈 나머지가 0, 1, 2 모두 나타나는 경우

이 경우에는 나머지가 0, 1, 2인 세 개의 수를 더하면 3으로 나누어떨어진다.

따라서 $n=5$일 때는 항상 합이 3으로 나누어떨어지는 3개의 수를 찾을 수 있으므로 n의 최솟값은 5이다.

(2) 1이 8개, 2가 8개 있다고 하자. 이들 중에서 9개를 임의로 선택했을 때 1이 x개가 선택되었다면 이 9개의 수의 합은 $x+2(9-x)=18-x$이다. $1 \leq x \leq 8$이므로 어떤 경우든지 합이 9로 나누어떨어지지 않는다.

(1)에 의해서 5개의 자연수 중에는 항상 합이 3으로 나누어떨어지는 3개의 자연수를 찾을 수 있다. 즉 17개의 자연수 중에는 합이 3으로 나누어떨어지는 세 자연수 a_1, a_2, a_3을 찾을 수 있다. $a_1+a_2+a_3=3k_1$이라고 하자. 남은 14개의 자연수 중에는 합이 3으로 나누어떨어지는 세 자연수 a_4, a_5, a_6을 찾을 수 있다. $a_4+a_5+a_6=3k_2$라고 하자. 반복적으로 하면, $a_7+a_8+a_9=3k_3$, $a_{10}+a_{11}+a_{12}=3k_4$, $a_{13}+a_{14}+a_{15}=3k_5$인 자연수 $a_7, a_8, ..., a_{15}$을 찾을 수 있다.
마지막으로 k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 중에 합이 3으로 나누어떨어지는 3개의 자연수를 찾을 수 있다. 편의상 k_1, k_2, k_3라고 하면 $a_1+a_2+ \cdots +a_9$는 9로 나누어떨어진다.

따라서 $n=17$일 때는 항상 합이 9로 나누어떨어지는 9개의 수를 찾을 수 있으므로 n의 최솟값은 17이다.

2. 2025학년도 모의논술고사채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
논제 I -1	(1) • 접선 l_1과 l_2 중 하나 이상의 방정식을 찾음 (5점) • 점과 직선사이의 거리를 이용하여 두 접선사이의 거리를 구함 (5점) (2) • C_3가 C_1을 x축 방향으로 $u+v$만큼, y축 방향으로 $u+v$만큼 평행이동한 것임을 파악함 (8점) • x축 방향으로 k만큼, y축 방향으로 k만큼 평행이동한 타원이 원래의 타원과 접하려면, $k=\frac{24}{5}$이어야만 함을 보임 (6점) • 조건을 만족하는 (u,v)가 15개임을 찾음 (4점)	28
논제 I -2	(1) • $n=4$일 때 반례를 제시 (6점) • $n=5$일 때 문제의 조건을 만족함을 보임 (8점) (2) • $n=16$일 때 반례를 제시 (8점) • $n=17$일 때 문제의 조건을 만족함을 보임 (10점)	32

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.
※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

3. 2025학년도 모의논술고사문항 출제근거-자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	류희찬 외 10인	㈜천재교과서	2023	67
	수학	황선욱 외 8인	㈜미래엔	2021	154, 161
	기하	김원경외 14인	㈜비상교육	2022	41
기타					

4. 2025학년도 모의논술고사문항 해설

[논제 I-1]에서는 타원과 직선의 위치 관계를 이해하고 접선의 방정식을 구할 수 있는지, 도형의 평행이동과 대칭이동의 기본 개념을 종합적으로 응용할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

[논제 I-2]에서는 고등학교 교육과정의 경우의 수의 기본 개념을 잘 이해하고 이를 활용할 수 있는지를 평가하고자 하였다.