2023학년도 모의논술고사[의·약학계-물리학]

1. 2023학년도 모의논술고사 예시답안

[논제 II-1]

(1) 논제에서 두 공이 충돌할 때와 공과 벽이 충돌할 때 모두 역학적 에너지 손실은 없다고 하였으므로 운동량 보존 법칙과 역학적 에너지 보존 법칙을 함께 활용할 수 있다. 두 공의 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공과 질량 m_2의 공이 가지는 속력을 각각 v_1, v_2라고 하면, 다음의 두 식이 성립한다.

$$m_1 v = m_1 v_1 + m_2 v_2 \text{ (운동량 보존 법칙)}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \text{ (역학적 에너지 보존 법칙)}$$

위의 두 식을 논제에서 정의한 $\alpha = \dfrac{m_2}{m_1}$을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$v = v_1 + \alpha v_2$$

$$v^2 = v_1^2 + \alpha v_2^2$$

즉, α 값에 의해 v_1과 v_2가 정해지고, 이에 따라 두 공이 두 번째 충돌할 때의 위치 x_0를 구할 수 있다. 한편, 두 공이 두 번째 충돌할 때까지 각 공은 벽과 충돌하지 않거나 한 번 충돌한다. 공과 벽 사이의 충돌 횟수에 따라 각 공의 이동 경로(혹은 이동 거리)가 달라지므로 같은 x_0에 대해 α는 한 개 이상의 값을 가질 수 있다. x_0의 위치에 따라 가질 수 있는 α 값의 개수는 다음과 같다.

(i) $x_0 = 0$: 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공은 왼쪽, 질량 m_2의 공은 오른쪽으로 각각 이동하다가 질량 m_2의 공이 오른쪽 벽과 충돌한 후 $x = 0$에서 두 번째 충돌한다. 따라서 같은 x_0에 대해 가능한 α 값은 한 개다.

(ii) $0 < x_0 < \dfrac{L}{2}$: 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공은 왼쪽, 질량 m_2의 공은 오른쪽으로 각각 이동하다가 질량 m_2의 공이 오른쪽 벽과 충돌한 후 $x = x_0$에서 두 번째 충돌한다. 이때 질량 m_1의 공은 왼쪽 벽과 충돌하지 않거나 한 번 충돌한다. 따라서 같은 x_0에 대해 가능한 α 값은 두 개다.

(iii) $x_0 = \dfrac{L}{2}$: 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공은 왼쪽, 질량 m_2의 공은 오른쪽으로 각각 이동하다가 질량 m_1의 공은 왼쪽 벽, 질량 m_2의 공은 오른쪽 벽과 충돌한 후 $x = \dfrac{L}{2}$에서 두 번째 충돌한다. 다음으로, 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공은 정지하고, 오른쪽 벽에서 충돌한 질량 m_2의 공과 $x = \dfrac{L}{2}$에서 두 번째 충돌한다. 따라서 같은 x_0에 대해 가능한 α 값은 두 개다.

(iv) $\dfrac{L}{2} < x_0 < \dfrac{5}{6}L$: 먼저, 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공이 왼쪽으로 이동하는 경우를 생각하자. 질량 m_1의 공은 왼쪽 벽과 충돌한 후 질량 m_2의 공과 $x = x_0$에서 두 번째 충돌한다. 이때 질량 m_2의 공은 오른쪽 벽과 충돌하지 않거나 한 번 충돌한다. 다음으로, 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공이 오른쪽으로 이동하는 경우 질량 m_1의 공은 오른쪽 벽에서 충돌한 질량 m_2의 공과 $x = x_0$에서 두 번째 충돌한다. 따라서 같은 x_0에 대해 가능한 α의 값은 세 개다.

(v) $\dfrac{5}{6}L \le x_0 < L$: (iv) 상황의 마지막 경우(첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공이 오른쪽으로 이동하는 경우)는 일어날 수 없다. $\because$(2)번 문제의 풀이를 참고하면, 해당 경우에서 두 공의 질량비 α는 0 또는 음수가 된다. 따라서 같은 x_0에 대해 가능한 α의 값은 두 개다.

(vi) $x_0 = L$: 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공은 왼쪽, 질량 m_2의 공은 오른쪽으로 각각 이동하다가 질량 m_1의 공이 왼쪽 벽과 충돌한 후 $x = L$에서 두 번째 충돌한다. 따라서 같은 x_0에 대해 가능한 α의 값은 한 개다.

(2) $\beta = \dfrac{v_2}{v_1}$로 정의하고, (1)번 풀이에서 언급한 운동량 보존 법칙과 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하면 다음과 같이 α와 β의 관계식을 구할 수 있다.

$$v = v_1 + \alpha v_2 = v_1(1+\alpha\beta)$$

$$v^2 = v_1^2 + \alpha v_2^2 = v_1^2(1+\alpha\beta^2)$$

$$\therefore \alpha = \frac{\beta - 2}{\beta}$$

한편, (1)번 풀이에서 설명한 것처럼 $x_0 = \dfrac{3}{4}L$일 때 가능한 α의 값은 세 개다.

(i) 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공이 왼쪽으로 이동하고, 질량 m_2의 공은 오른쪽 벽과 충돌하지 않았을 때: 두 번째 충돌까지 질량 m_1의 공의 이동 거리는 $\dfrac{5}{4}L$, 질량 m_2의 공의 이동 거리는 $\dfrac{1}{4}L$이므로 $v_1 = -5v_2$(첫 번째 충돌 직후 두 공이 반대 방향으로 진행하므로 부호는 음수)이고, $\beta = -\dfrac{1}{5}$이 된다.

$$\therefore \alpha = 11$$

(ii) 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공이 왼쪽으로 이동하고, 질량 m_2의 공은 오른쪽 벽과 한 번 충돌하였을 때: 두 번째 충돌까지 질량 m_1의 공의 이동 거리는 $\dfrac{5}{4}L$, 질량 m_2의 공의 이동 거리는 $\dfrac{3}{4}L$이므로 $v_1 = -\dfrac{5}{3}v_2$(첫 번째 충돌 직후 두 공이 반대 방향으로 진행하므로 부호는 음수)이고, $\beta = -\dfrac{3}{5}$이 된다.

$$\therefore \alpha = \frac{13}{3}$$

(iii) 첫 번째 충돌 직후 질량 m_1의 공이 오른쪽으로 이동하고, 질량 m_2의 공은 오른쪽 벽과 한 번 충돌하였을 때: 두 번째 충돌까지 질량 m_1의 공의 이동 거리는 $\dfrac{1}{4}L$, 질량 m_2의 공의 이동 거리는 $\dfrac{3}{4}L$이므로 $v_1 = \dfrac{1}{3}v_2$(첫 번째 충돌 직후 두 공이 같은 방향으로 진행하므로 부호는 양수)이고, $\beta = 3$이 된다.

$$\therefore \alpha = \frac{1}{3}$$

[논제 II-2]

(1) 논제의 상황에서 공이 원 궤도를 따라 일정한 속력으로 운동하며, 그 결과 세 개의 공이 서로 정삼각형의 형태를 유지하며 원점을 기준으로 각각 원 궤도를 따라 공전한다.

공A에 작용하는 알짜힘은 A-B, A-C사이에 연결된 용수철의 복원력의 합력을 계산해 구할 수 있다. 용수철의 복원력의 크기는 용수철이 늘어난 길이에 비례하므로, 회전 운동 중 A-B와 A-C사이의 거리, 즉 삼각형의 한 변의 길이를 s, 각 $\angle BAO$ 또는 각 $\angle CAO$의 크기를 θ라 할 때 원점 방향 힘의 크기

는 $F = F_B + F_C = 2k(s-d)\cos\theta$ 이다. 공이 이루는 도형이 정삼각형이므로, $s = 2r\cos\theta$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고, 대입하면 $F = k(3r - \sqrt{3}d)$이다.

원궤도를 유지하려면 구심력과 복원력의 크기가 같아야 하는데, 공 A에 작용하는 구심력의 크기는 $F_r = \frac{mv^2}{r}$이고, 원 궤도를 따라 도는 물체의 속력을 궤도 반지름 r과 공전 주기 T를 이용해 나타내면 $v = \frac{2\pi r}{T}$이므로, $F_r = \frac{m}{r}\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$이다. 복원력과 구심력의 크기가 같아야 하므로, $k(3r - \sqrt{3}d) = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$ 이고, 정리하면, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}\frac{r}{3r - \sqrt{3}d}}$ 이다.

(2) 물체 A가 정지한 상태로 B,C만 y-z평면 위에서 원운동하므로 A,B,C는 A-B와 A-C사이의 거리가 같고 B-C사이의 거리가 긴 형태를 갖는다. 이때 A-B의 거리, A-C의 거리를 L 이라 하고, B-C의 거리를 s 라 하자.

(a) 속력이 작아 $s < 2d$ 을 만족하는 반지름 $r = \frac{s}{2}$원 궤도를 따라 B와 C가 운동하는 경우, A-B나 A-C의 거리가 줄어들거나 늘어나지 않고 이등변 삼각형의 형태를 만들 수 있기 때문에 $L = d$를 만족하며. 따라서 B-C사이의 용수철에 의한 복원력만 작용한다.

구심력의 크기는 $F_r = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = \frac{2\pi^2 ms}{T^2}$, 복원력의 크기는 $F = k(s-d)$이다.

주기에 대해 정리하면, $T = \pi\sqrt{\frac{2ms}{k(s-d)}}$ 이다.

(b) 반면, 속력이 커져서 $s \geq 2d$가 되면 A,B,C가 모두 직선상에 위치해야 하며 $L \geq d$가 되어 A-B 사이의 용수철에 대해서도 복원력이 작용한다. 복원력의 크기는 $F = F_{BC} + F_{AB}$이고, $F_{BC} = k(s-d)$, $F_{AB} = k(L-d) = k(\frac{s}{2} - d)$이므로, $F = k(\frac{3}{2}s - 2d)$, 구심력은 위의 (a)와 동일하게 $F_r = \frac{2\pi^2 ms}{T^2}$이다.

따라서, $k(\frac{3}{2}s - 2d) = \frac{2\pi^2 ms}{T^2}$이고, 정리하면, $T = 2\pi\sqrt{\frac{ms}{k(3s-4d)}}$ 이다.

2. 2023학년도 모의논술고사문항 해설(출제범위 포함)

의학계 물리학 [논제 II-1]의 (1), (2)에서는 고등학교 물리학 I 교과서의 ‘역학과 에너지’ 단원에서 다루는 ‘운동량 보존’과 ‘역학적 에너지 보존’의 개념을 이해하고 이를 문제에서 주어진 상황에 맞추어 적용하는 능력을 평가한다. 논제에서 요구하는 답을 얻기 위해서는 두 공의 질량비에 따라 각 공이 선택하는 이동 경로가 달라질 수 있다는 점을 이해하여야 한다. [논제 II-1]의 제시문 [가](물리학 I 39쪽, 천재교육)와 [나](물리학 I 48쪽, 천재교육)는 고등학교 물리학 교과서에 서술된 문장을 재구성하였다. [논제 II-2]의 (1), (2)에서는 고등학교 물리학 I 교과서의 ‘역학과 에너지’ 단원에서 다루는 ‘탄성력’과 ‘탄성력의 에너지’의 개념, 물리학 II 교과서의 ‘역학적 상호작용’ 단원에서 다루는 ‘힘의 합성’, ‘관성력’의 개념을 이해하고 이를 문제에서 주어진 상황에 따라 적용하는 능력을 평가한다. [논제 II-2]의 제시문 [다](물리학 II 16쪽, 지학사)와 [라](물리학 I 62쪽, 교학사), [마](물리학 I 48쪽, 천재교육)는 고등학교 물리학 교과서에 서술된 문장을 재구성하였다.