2023학년도 수시모집

논술고사 문제지(오전)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성 명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. **본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하시오.**
   (다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리 됩니다.)

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. **수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.**
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

[자연계열 - 일반]

(의예과 제외)

☞ 의예과는 4쪽부터 푸시오.

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 1] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

> 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면
> $$\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\quad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$
> 이다.

(1-1) 실수 $\alpha,\ \beta\ (\alpha<\beta)$에 대하여 $\beta-\alpha=k$라 할 때, 곡선 $y=(x-\alpha)(x-\beta)$와 x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 k의 식으로 나타내시오. [10점]

(1-2) 자연수 m에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=mx+\frac{51}{4}$로 둘러싸인 영역의 넓이 S를 m의 식으로 나타내시오. [10점]

(1-3) (1-2)에서 구한 S가 유리수가 되는 자연수 m을 모두 구하시오. [15점]

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 2] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이다.

(나) $\int x^2 e^x dx = (x^2 - 2x + 2)e^x + C$ 이다.

(※) 함수 $f(x) = (x-2)^2 e^x$과 닫힌구간 $[a, b]$에서 $g(x) \geq f(x)$인 일차함수 $g(x)$에 대하여

$$S = \int_a^b (g(x) - f(x))dx$$

라 하자.

(2-1) 점 $(2, 0)$을 지나고 곡선 $y = f(x)$에 접하는 직선의 방정식을 모두 구하시오. [10점]

(2-2) $a, b\,(a < b)$가 방정식 $f'(x) = 0$의 두 근이고 $g(x) = 6 - 3x$일 때, S의 값을 구하시오.
[10점]

(2-3) $a = -1$, $b = 2$일 때, S가 최소가 되는 $g(x)$를 구하고 이때의 S의 값을 구하시오.
[10점]

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

> [평균값 정리] 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린구간 (a,b)에서 미분가능할 때, $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

(※) 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+4x & (x \geq 0) \\ \dfrac{x^2}{4} & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여 다음 질문에 답하시오.

(3-1) 다음 조건을 만족하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오. [10점]

> $s<a<t$ 인 모든 실수 s,t에 대하여 $f(s)>f(a)>f(t)$ 이다.

(3-2) 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 모든 실수 t에 대하여 $g(t)=\lim\limits_{x\to t+}f'(x)$를 만족한다. 다음 조건을 만족하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오. [10점]

> 함수 $|g(x)-k|$는 닫힌구간 $[-1,1]$에서 최솟값을 갖지 않는다.

(3-3) 다음 조건을 만족하는 두 정수 $a,b\,(a<b)$의 순서쌍 (a,b)를 모두 구하시오. [15점]

> $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\lim\limits_{x\to c+}f'(x)$이고 $a<c<b$인 실수 c가 존재하지 않는다.

[자연계열 - 의예과]

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이다.

(나) $\int x^2 e^x dx = (x^2-2x+2)e^x + C$ 이다.

(※) 함수 $f(x)=(x-2)^2e^x$과 닫힌구간 $[a,b]$에서 $g(x) \geq f(x)$인 일차함수 $g(x)$에 대하여

$$S = \int_a^b (g(x)-f(x))dx$$

라 하자.

(1-1) 점 $(2,0)$을 지나고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선의 방정식을 모두 구하시오. [10점]

(1-2) $a, b\,(a<b)$가 방정식 $f'(x)=0$의 두 근이고 $g(x)=6-3x$일 때, S의 값을 구하시오.
[10점]

(1-3) $a=-1$, $b=2$일 때, S가 최소가 되는 $g(x)$를 구하고 이때의 S의 값을 구하시오.
[10점]

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때
$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$
이다.
(나) [사잇값의 정리] 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이에 있는 임의의 k에 대하여 $f(c) = k$인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

(※) 함수
$$f(x) = \pi x \sin(\pi x)$$
에 대하여 다음 질문에 답하시오.

(2-1) 정수 n에 대하여 $\int_n^{n+1} f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [5점]

(2-2) (a) $0 \le a < b < c \le 6$인 실수 a, b, c에 대하여 $\int_a^b f(x)\,dx - \int_b^c f(x)\,dx$의 최댓값 M과 최솟값 m을 구하시오. [10점]

(b) $m < k < M$인 임의의 실수 k에 대하여
$$\int_a^b f(x)\,dx - \int_b^c f(x)\,dx = k$$
를 만족하는 실수 a, b, c $(0 < a < b < c < 6)$가 존재함을 보이시오. [10점]

(2-3) 문항(10점) 문항 오류로 전원 정답처리

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [곱의 법칙] 두 사건 A, B에서 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각의 경우에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A에 잇달아 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m \times n$이다.

(나) 일대일대응 $f:\{1,2,\cdots,n\} \to \{1,2,\cdots,n\}$에 대하여 $\sum_{i=1}^{n} f(i) = \frac{n(n+1)}{2}$이다.

(다) 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 명제의 결론을 부정하여 가정한 사실 또는 이미 알려진 사실에 모순이 생김을 보이면 된다. 이처럼 증명하는 방법을 귀류법이라 한다.

(※) n은 3 이상의 정수이다. 한 변의 길이가 1인 정n각형 $P_1P_2 \cdots P_n$의 각 꼭짓점 P_i 위에 동전 R_i가 놓여있다. 함수 $f:\{1,2,\cdots,n\} \to \{1,2,\cdots,n\}$에 대하여 다음의 시행을 한다.

모든 $1 \le i \le n$에 대하여 동전 R_i를 정n각형 $P_1P_2 \cdots P_n$의 둘레를 따라 시계 방향으로 $f(i)$만큼 옮긴다.

예를 들어, $n=4$일 때, $f(1)=3, f(2)=4, f(3)=1, f(4)=1$이면 동전 R_1, R_2, R_3, R_4는 시행 후 각각 P_4, P_2, P_4, P_1로 이동한다.

함수 $f:\{1,2,\cdots,n\} \to \{1,2,\cdots,n\}$이 다음 조건을 만족하면 f를 '공평한 함수'라 하자.

(조건) 시행 후 정n각형 $P_1P_2 \cdots P_n$의 각 꼭짓점에는 정확히 하나의 동전이 놓인다.

예를 들어, $n=4$일 때, $f(1)=2, f(2)=4, f(3)=1, f(4)=1$이면 동전 R_1, R_2, R_3, R_4는 시행 후 각각 P_3, P_2, P_4, P_1로 이동하므로 f는 공평한 함수이다

(3-1) 공평한 함수의 개수를 n의 식으로 나타내시오. [10점]

(3-2) (a) $f:\{1,2,\cdots,n\} \to \{1,2,\cdots,n\}$이 공평한 함수이고, 모든 $k=1,2,\cdots,n$에 대하여 $f(k) \le n-1$일 때, $g(x)=f(x)+1$로 정의된 함수 $g:\{1,2,\cdots,n\} \to \{1,2,\cdots,n\}$도 공평한 함수임을 보이시오. [5점]
(b) 공평한 함수 $f:\{1,2,\cdots,9\} \to \{1,2,\cdots,9\}$의 치역이 $\{a,b\}$ $(1 \le a < b \le 9)$라 하자. 5 이상의 자연수 중 $b-a$의 값으로 가능한 것을 모두 찾으시오. [10점]

(3-3) n이 짝수일 때 공평한 일대일대응 f가 존재하지 않음을 보이시오. [10점]

<연 습 장>

<연 습 장>