2022학년도 수시모집

논술고사 문제지(오후)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성　　명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. **답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.**

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. **수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.**
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함 시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

논술고사 (자연계열)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

이다.

(나) $a>0$, $b>0$일 때, 다음 부등식이 성립한다.

$$\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$$

여기서 등호는 $a=b$일 때 성립한다.

(※) 함수 $f(x)=x^3+x+1$과 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 직선 $y=f(t)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$라 하자.

(1-1) $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{S(t)}{t^4+1}$의 값을 구하시오. (8점)

(1-2) $x>0$일 때, $\dfrac{S(x)}{xf(x)}$의 값의 범위를 구하시오. (10점)

(1-3) 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)=\dfrac{S(x)}{x^2(f(x))^2}\left(\displaystyle\int_0^x f(t)dt\right)$가 $x=a$에서 최댓값을 가질 때, a와 $h(a)$의 값을 구하시오. (12점)

논술고사 (자연계열)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

> 한 변의 길이가 1인 정오각형 $ABCDE$에 대하여 두 대각선 AC와 BD의 교점을 F라고 하자. 그러면 $\angle AFB = \angle ABF$이므로 $\overline{AF}=1$이다. $\overline{BF}=\overline{CF}=x$라고 하면 두 닮은 삼각형 BCF와 ACB로부터 $1:x=x+1:1$이므로, $x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$이다. 삼각형 BCF에서 $\angle BCF=\dfrac{\pi}{5}$이므로 코사인법칙에 의하여 $\cos\dfrac{\pi}{5}=\dfrac{1+x^2-x^2}{2x}=\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$를 얻는다.
>
> 이때 정오각형 $ABCDE$의 대각선 AC의 길이는 $1+x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다.

(※) X가 좌표평면의 부분집합이고 $P\in X$일 때, 다음 조건을 만족하는 $P_0, P_1, \cdots, P_n \in X$가 존재하는 점 Q의 집합을 X_n이라고 하자. (단, n은 자연수이다.)

> (i) $P_0=P,\ P_n=Q$이다.
>
> (ii) $1\le i\le n$인 모든 정수 i에 대하여 선분 $P_{i-1}P_i$의 길이는 1이다.

(2-1) X가 반지름의 길이가 r인 원일 때, $P\in X$에 대하여 X_1의 원소의 개수가 1이 되도록 하는 r의 값을 구하시오. (7점)

(2-2) X가 한 변의 길이가 1인 정7각형의 꼭짓점의 집합일 때, $P\in X$에 대하여 $X_n=X$가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n의 값을 구하시오. (8점)

(2-3) X가 반지름의 길이가 r인 원이고 $P\in X$이다. (단, $r>\dfrac{1}{2}$이다.)

(a) 모든 자연수 n에 대하여 X_n의 원소의 개수가 3 이하가 되도록 하는 r의 값을 모두 구하시오. (10점)

(b) 모든 자연수 n에 대하여 $X_n\cup X_{n+1}$의 원소의 개수가 5 이하가 되도록 하는 r^2의 값을 모두 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$은 존재하고 그 값은 $e=2.7182\cdots$이다.

(나) $x>0$일 때 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$\frac{d}{dx}x^{f(x)}=\frac{d}{dx}e^{f(x)\ln x}=e^{f(x)\ln x}\left(f'(x)\ln x+\frac{f(x)}{x}\right)=x^{f(x)}\left(f'(x)\ln x+\frac{f(x)}{x}\right)$$

이다.

(다) $\ln 2=0.6931\cdots$, $\ln 3=1.0986\cdots$, $\ln 5=1.6094\cdots$ 이다.

(※) $a^b=b^a$, $a<b$를 만족하는 임의의 양의 실수 a, b에 대하여 $t=\frac{b}{a}$일 때

$$a=f(t),\ b=g(t)\ (t>1)$$

인 함수 $f(t)$, $g(t)$가 존재한다.

(3-1) $f(t)$, $g(t)$를 t의 식으로 나타내시오. (10점)

(3-2) 함수 $h(t)=f(t)\ln g(t)$ $(t>1)$의 치역을 구하시오. (15점)

(3-3) $a^b=b^a=n$을 만족하는 서로 다른 양의 실수 a, b가 존재하도록 하는 최소의 자연수 n을 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>