2022학년도 수시모집

논술고사 문제지(오전)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성 명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. **본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하시오.**
   (다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리 됩니다.)

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. **수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.**
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함 시키시오.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

[자연계열 - 일반]

(의예과 제외)

☞ 의예과는 4쪽부터 푸시오.

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 주어진 명제의 결론을 부정하여 가정 또는 이미 알려진 수학적 사실 등에 모순됨을 보여 원래의 명제가 참임을 증명하는 방법을 귀류법이라고 한다.

(나) 양수 a, b에 대하여, 다음이 성립한다.

$$a \le b \iff \frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$$

(※) 어떤 자연수들의 집합 S는 다음 조건을 만족한다.

S의 임의의 두 원소 $x, y\,(x < y)$에 대하여

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \ge \frac{1}{30}$$

이다.

(1-1) 집합 S에는 30보다 크거나 같은 원소가 최대 몇 개까지 있을 수 있겠는가? (7점)

(1-2) 집합 $\{i \mid i$는 $1 \le i \le k$ 인 자연수$\}$를 포함하는 집합 S가 존재하도록 하는 자연수 k의 최댓값을 구하시오. (8점)

(1-3) 집합 S가 가질 수 있는 원소의 개수의 최댓값을 구하시오. (15점)

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le b_n \le c_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이면 $\lim_{n\to\infty} b_n = \alpha$이다.

(나) 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

(i) $m \le f(x) \le M$이고 $g(x) \ge 0$이면

$$m\int_a^b g(x)dx \le \int_a^b f(x)g(x)dx \le M\int_a^b g(x)dx$$

이고

(ii) $m \le f(x) \le M$이고 $g(x) \le 0$이면

$$M\int_a^b g(x)dx \le \int_a^b f(x)g(x)dx \le m\int_a^b g(x)dx$$

이다.

(다) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f'(x)$, $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

이다.

(※) 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은

$$a_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x}dx, \qquad b_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\cos x}{x^2}dx$$

로 주어진다.

(2-1) $\lim_{n\to\infty} na_n$의 값을 구하시오. (10점)

(2-2) $\lim_{n\to\infty} n^2 b_n$의 값을 구하시오. (10점)

(2-3) $\lim_{n\to\infty} \{n(n+1)a_n - f(n)\} = 0$이 되는 다항식 $f(x)$를 구하시오. (15점)

논술고사 (자연계열 - 일반(의예과 외))

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것은 함수 $y=f(x-p)+q$의 그래프와 같다.

(나) 최고차항의 계수가 1인 임의의 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 어떤 상수 a에 대하여 함수 $y=x^3-ax$의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

(3-1) 함수 $y=x^3-6x^2+9x+1$의 그래프가 함수 $y=x^3-ax$의 그래프를 평행이동한 것일 때, 상수 a의 값을 구하시오. (5점)

(3-2) 두 직선 $y=-x$와 $y=-x+4$가 곡선 $y=x^3-mx+n$에 접할 때, 상수 m, n의 값을 구하시오. (10점)

(3-3) 네 직선 $y=-x$, $y=-x+4$, $y=2x$, $y=2x+k$ (k는 양수)를 각각 l_1, l_2, l_3, l_4라고 하자. 다음 조건을 만족하는 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4)의 집합을 S라고 하자.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 존재하여, 모든 $i=1,2,3,4$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 l_i의 교점의 개수가 a_i이다.

(a) $(2,2,2,2)\in S$가 되도록 하는 k의 값을 구하시오. (10점)

(b) $(2,2,2,2)\in S$ 일 때 S의 원소의 개수를 구하시오. (10점)

[자연계열 - 의예과]

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 1] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \le b_n \le c_n$이고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = \alpha$이면 $\lim_{n\to\infty} b_n = \alpha$이다.

(나) 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

(i) $m \le f(x) \le M$이고 $g(x) \ge 0$이면

$$m\int_a^b g(x)dx \le \int_a^b f(x)g(x)dx \le M\int_a^b g(x)dx$$

이고

(ii) $m \le f(x) \le M$이고 $g(x) \le 0$이면

$$M\int_a^b g(x)dx \le \int_a^b f(x)g(x)dx \le m\int_a^b g(x)dx$$

이다.

(다) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f'(x)$, $g'(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

이다.

(※) 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은

$$a_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{|\sin x|}{x}dx, \qquad b_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\cos x}{x^2}dx$$

로 주어진다.

(1-1) $\lim_{n\to\infty} na_n$의 값을 구하시오. (10점)

(1-2) $\lim_{n\to\infty} n^2 b_n$의 값을 구하시오. (10점)

(1-3) $\lim_{n\to\infty} \{n(n+1)a_n - f(n)\} = 0$이 되는 다항식 $f(x)$를 구하시오. (15점)

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것은 함수 $y=f(x-p)+q$의 그래프와 같다.

(나) 최고차항의 계수가 1인 임의의 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프는 어떤 상수 a에 대하여 함수 $y=x^3-ax$의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

(2-1) 함수 $y=x^3-6x^2+9x+1$의 그래프가 함수 $y=x^3-ax$의 그래프를 평행이동한 것일 때, 상수 a의 값을 구하시오. (5점)

(2-2) 두 직선 $y=-x$와 $y=-x+4$가 곡선 $y=x^3-mx+n$에 접할 때, 상수 m, n의 값을 구하시오. (10점)

(2-3) 네 직선 $y=-x$, $y=-x+4$, $y=2x$, $y=2x+k$ (k는 양수)를 각각 l_1, l_2, l_3, l_4라고 하자. 다음 조건을 만족하는 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4)의 집합을 S라고 하자.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 존재하여, 모든 $i=1,2,3,4$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 l_i의 교점의 개수가 a_i이다.

(a) $(2,2,2,2)\in S$가 되도록 하는 k의 값을 구하시오. (10점)

(b) $(2,2,2,2)\in S$ 일 때 S의 원소의 개수를 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열 - 의예과)

[문제 3] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 주어진 명제의 결론을 부정하여 가정 또는 이미 알려진 수학적 사실 등에 모순됨을 보여 원래의 명제가 참임을 증명하는 방법을 귀류법이라고 한다.

(나) $x+y\neq z+w$이면 실수 $a, b\,(a\neq 0)$에 대하여

$$(ax+b)+(ay+b)\neq (az+b)+(aw+b)$$

이다.

(※) 자연수의 집합 S가 다음 조건을 만족할 때, S를 흩어진 집합이라 하자.

서로 다른 네 자연수 x, y, z, w에 대하여 $x+y=z+w$이면 집합 $\{x, y, z, w\}$는 S에 포함되지 않는다.

예를 들어, $\{1\}, \{1, 2\}, \{4, 5, 7, 9\}$는 흩어진 집합이다. n이 자연수일 때, 집합 $\{1, 2, \cdots, n\}$에 포함된 흩어진 집합 S에 대하여 $n(S)$의 최댓값을 a_n이라 하자. 예를 들어, $a_5=4$이다.

(3-1) $a_k=4$인 자연수 k를 모두 구하시오. (5점)

(3-2) $a_{k-1}<a_k$ 인 어떤 자연수 $k\ (k\geq 2)$에 대하여, 집합 S는 $n(S)=a_k$이고 $S\subset\{1, 2, \cdots, k\}$인 흩어진 집합이다. S의 원소 중 가장 큰 것을 M, 가장 작은 것을 m이라 할 때, $M-m$으로 가능한 값을 구하시오. (7점)

(3-3) 수열 $\{p_n\}$을 다음과 같이 귀납적으로 정의한다.

$$p_1=1,\ p_2=2,\ p_{n+2}=p_{n+1}+p_n\ (n=1, 2, 3, \cdots)$$

(a) 자연수 k에 대하여 $\{p_1, p_2, \cdots, p_k\}$는 흩어진 집합임을 증명하시오. (10점)

(b) 자연수 $k\ (k\geq 3)$에 대하여, 다음 두 조건을 만족하는 흩어진 집합 S를 하나 찾으시오. (8점)

(i) $n(S)=k$

(ii) $S\subset\{i\,|\,i=1$ 또는 $p_{k-2}<i\leq p_k$인 자연수$\}$

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

<연 습 장>