한양대학교 2024학년도 논술전형

자 연 계 열 (오후 2)

성명		지원 학부 · 학과		수험 번호									

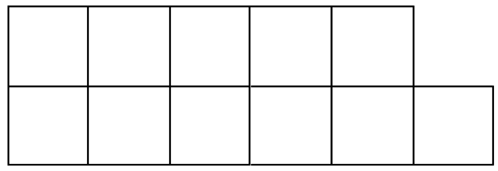
유의 사항

1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안지를 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

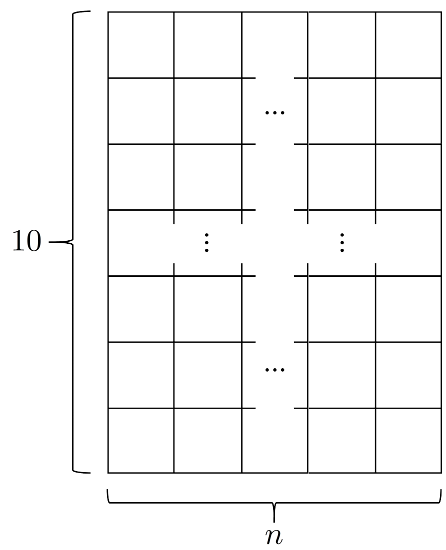
※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 그림과 같이 넓이가 1인 정사각형 11개로 이루어진 도형이 있다. 넓이가 1인 각각의 정사각형 내부를 빨간색, 파란색, 노란색의 세 가지 색 중 한 가지 색으로 칠한다. 각각의 가로 행에 빨간색으로 칠해진 정사각형의 개수가 파란색으로 칠해진 정사각형의 개수보다 크고, 각각의 가로 행에 노란색으로 칠해진 정사각형이 2개 이하가 되는 경우의 수를 구하시오.



2. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 가로의 길이가 n이고 세로의 길이가 10인 직사각형을 한 변의 길이가 1인 $10 \times n$개의 정사각형으로 나눈 도형이 있다. 한 변의 길이가 1인 각각의 정사각형 내부를 빨간색, 파란색, 노란색의 세 가지 색 중 한 가지 색으로 칠한다. 이 도형의 각 세로 열마다 세 가지 색이 적어도 한 번씩 나타나게 칠할 때, 넓이가 $10n$인 직사각형에서 빨간색, 파란색, 노란색으로 칠해진 부분의 넓이를 각각 p, q, r이라 하자.



p, q, r의 모든 순서쌍 (p, q, r)의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(5)+f(7)$의 값을 구하시오.

3. 주머니에 숫자 1이 적힌 공이 한 개, 숫자 2가 적힌 공이 두 개, 숫자 3이 적힌 공이 세 개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때 공에 적힌 수를 c라 하자. 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 -1에서 c까지의 정적분의 값을 확률변수 Y라 할 때, Y의 기댓값 $\mathrm{E}(Y)$를 구하시오.

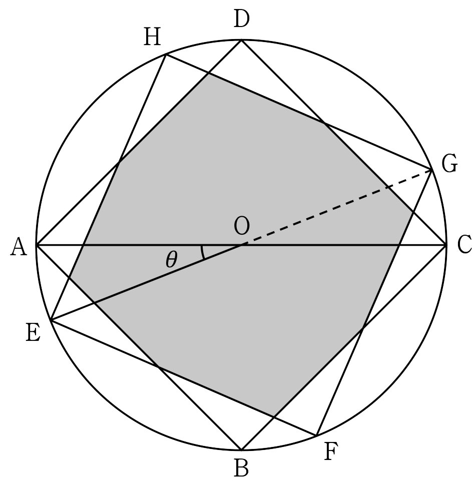
<가> $f(-1)=0$, $f(3)=0$, $f'(0)=18$

<나> **모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \le f'\left(\frac{2}{3}\right)$이다.**

[문제 2] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 타원 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 위의 점 P와 타원 $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 위의 점 Q가 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. 두 점 $\mathrm{A}(-1,0)$, $\mathrm{B}(0,-1)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BQ}}$의 최댓값을 구하시오.

2. 오른쪽 그림과 같이 길이가 $\sqrt{2}$인 선분 AC를 지름으로 하고 중심이 O인 원이 있다. 이 원 위에 $\angle\mathrm{AOE}=\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$가 되도록 점 E를 잡고, 직선 EO가 원과 만나는 점 중 E가 아닌 점을 G라 하자. 대각선이 선분 AC인 정사각형 ABCD의 내부와 대각선이 선분 EG인 정사각형 EFGH의 내부의 공통부분의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. 함수 $S(\theta)$에 대하여 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$에서의 미분계수 $S'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$를 구하시오.



3. 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=\cos x$와 $y=1-ax^2$이 만나는 점의 개수가 $4n+1$이 되도록 하는 양수 a를 a_n이라 하자. 예를 들어, 아래 그림은 $n=1$인 경우이다.

극한값 $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\sqrt{\dfrac{2}{a_n}-4}$를 구하시오.