

2024학년도 수시 모의논술고사

논술고사 문제지 (자연계열 I)

소속고교		수험번호		성명	
------	--	------	--	----	--

◆ 유의사항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안은 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인



이화여자대학교

1 좌표평면에 주어진 이차함수 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 의 그래프 위의 임의의 점 P에 그은 접선이 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 만나는 점의 좌표를 각각 $Q(a_1, b_1), R(a_2, b_2)$ 라 할 때 다음 물음에 답하시오. [35점]

- (1) $P(0, \frac{1}{4})$ 일 때, 접선과 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.
- (2) $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 위의 임의의 점 P에 대하여 $|a_2 - a_1| = 1$ 임을 보이시오.
- (3) $\overline{QR} = 7$ 일 때, 접선의 기울기를 구하시오.
- (4) 자연수 k 에 대하여 점 $P(k, k^2 + \frac{1}{4})$ 에서 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 에 대한 접선과 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 A_k 라고 하자. 이때 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k^2}{2^k}$ 의 값을 구하시오.

2 무리수 $\sqrt{15}$ 에 대하여 다음이 성립할 때, 아래 물음에 답하시오. [35점]

a, b, c, d 가 유리수일 때, $a = c, b = d$ 이면 $a + b\sqrt{15} = c + d\sqrt{15}$ 이다.
 거꾸로 $a + b\sqrt{15} = c + d\sqrt{15}$ 이면, $a = c, b = d$ 이다.

- (1) 정수 m, n 에 대하여 함수 $f(x) = x^4 + mx^2 + n$ 라 할 때, $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ 가 $f(x) = 0$ 의 근이 되는 m, n 의 값을 구하시오.
- (2) 문항 (1)에서 구한 m, n 에 대하여 $x^4 + mx^2 + n = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오.
- (3) 문항 (1)에서 구한 m, n 에 대하여 $x^4 + mx^2 + n = 0$ 의 실근이 모두 무리수임을 귀류법을 이용하여 보이시오.
- (4) 위 문항으로부터 $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ 가 무리수임을 보이시오.

3 좌표평면의 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. [30점]

- (1) 중심이 y 축에 있고 원 $x^2 + y^2 = 1$ 밖에서 한 점에서 만나며 직선 $y = 2x$ 에 접하는 원의 방정식을 모두 구하시오.
- (2) 문항 (1)에서 구한 원은 모두 직선 $y = -2x$ 에 접함을 보이시오.
- (3) 중심이 x 축 또는 y 축에 있고 원 $x^2 + y^2 = 1$ 밖에서 한 점에서 만나며 직선 $y = 2x$ 에 접하는 원의 중심들을 꼭지점으로 하는 다각형의 넓이를 구하시오.