동국대학교 2024년도 수시모집 논술전형 대비

모의논술고사 문제지(자연계열)

지원학부(과) :

수험번호 : | | | | | | | | | 성 명 :

◈ 답안 작성시 유의 사항 ◈

◇ 각 문제의 답안은 화면 우측 답안 작성란에 작성하십시오.

◇ 시험 시간은 총 90분이며, 비정상 로그아웃 되어도 시간이 연장되지 않습니다.

◇ 각 문제마다 정해진 글자 수(분량)는 띄어쓰기를 포함한 것이며, 정해진 분량에 미달하면 감점 요인이 됩니다.

◇ 답안에 기호나 그래프 등을 써야 할 경우 다운로드 받은 별도의 답안지 크기 범위 내에서 줄에 구애 받지 말고 작성하기 바랍니다. (이미지 파일로 JPG 업로드)

◇ 일부 문장부호와 알파벳 등은 원고지 작성법과 다르게 입력되니 참고 바랍니다.

◇ 답안 작성 시 복사하기, 붙여넣기 등의 기능은 활용할 수 없습니다.

◇ 답안지 본문 작성 시 성명, 수험번호 등 개인 신상과 관련된 어떤 내용 또는 불필요한 표시를 하면 감점 처리합니다.

동국대학교 dongguk UNIVERSITY

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때,

$y=f^{-1}(x)$의 도함수는 $(f^{-1})'(x)=\dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

– 『고등학교 미적분』

【나】 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이면 최대 · 최소 정리에 의하여 $f(x)$는 닫힌구간 $[a,b]$에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다. 이때 이 구간에서 극댓값, 극솟값 $f(a)$, $f(b)$의 값 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이 된다.

– 『고등학교 미적분』

【다】 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x=g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때 α, β를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

– 『고등학교 미적분』

[문제1] 함수 $f(x)=\sin^2 x+4x+3$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능하다. 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선과 곡선 $y=f^{-1}(x)$ 위의 점 $(f(t), t)$에서의 접선의 교점의 x좌표를 $g(t)$라고 하자.

(1) $g(\frac{\pi}{2})$의 값을 구하시오.

(2) 닫힌구간 $[0,\pi]$에서 $g(t)$의 최솟값과 최댓값을 구하시오.

(3) $\displaystyle\int_{f(0)}^{f(\pi)} g(f^{-1}(x))dx-\int_0^\pi g(t)dt$의 값을 구하시오.

<15줄 이내> [30 점]

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 (공간에서) 한 점에서 만나는 서로 다른 두 직선은 한 평면을 결정하므로 그 평면 위에서 두 직선이 이루는 각을 정할 수 있다. -『고등학교 기하』

【나】 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면위에 있지 않으므로 두 직선이 이루는 각은 다음과 같이 정한다.

두 직선 l과 m이 꼬인 위치에 있을 때, 직선 m위의 임의의 점 O를 지나고 직선 l에 평행한 직선을 l'이라고 하면 두 직선 l', m은 한 평면을 결정한다. 이 때 두 직선 l', m이 이루는 각 중 크기가 크지 않은 쪽의 각을 두 직선 l, m이 이루는 각이라고 한다. -『고등학교 기하』

【다】 직선 l이 평면 α와 한 점 O에서 만나고 점 O를 지나는 평면 α위의 모든 직선과 수직일 때 직선 l과 평면 α는 서로 수직이라고 하고, 이것을 기호로 $l \perp \alpha$와 같이 나타낸다. 이때 직선 l을 평면 α의 수선이라고 하며, 직선 l과 평면 α가 만나는 점 O를 수선의 발이라고 한다.

직선 l이 평면 α 위의 평행하지 않은 두 직선과 각각 수직이면 $l \perp \alpha$.

-『고등학교 기하』

【라】 평면 α 위에 있지 않은 점 P, 평면 α위의 점 O, 점 O를 지나지 않고 평면 α 위에 있는 한 직선 l, 직선 l위의 점 H에 대하여

(1) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha, \overline{\mathrm{OH}} \perp l$ 이면 $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$
(2) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha, \overline{\mathrm{PH}} \perp l$ 이면 $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$
(3) $\overline{\mathrm{PH}} \perp l, \overline{\mathrm{OH}} \perp l, \overline{\mathrm{PO}} \perp \overline{\mathrm{OH}}$ 이면 $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$

-『고등학교 기하』

[문제2]

다음 전개도로 만든 정육면체에서 다음 두 직선들이 이루는 각의 크기를 구하고 위 제시문 중 어느 것을 사용하였는지 서술하시오.

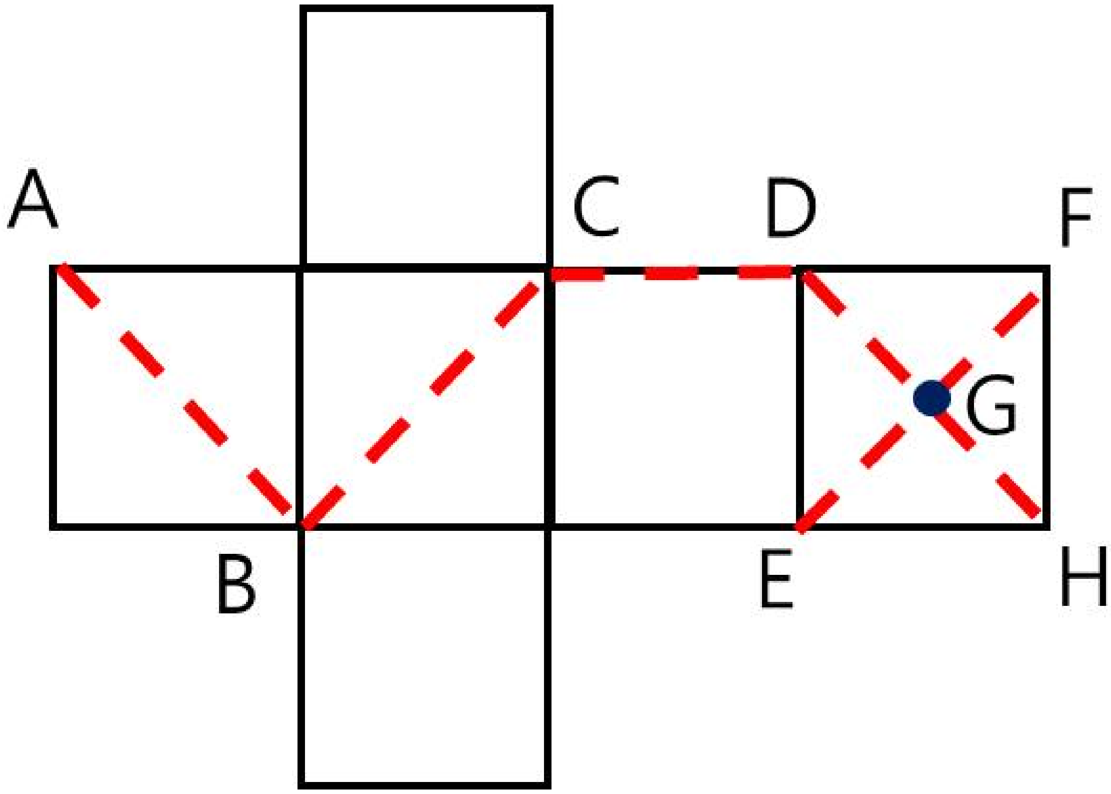
(1) $\overline{\mathrm{AB}}$ **와** $\overline{\mathrm{BC}}$ **(2)** $\overline{\mathrm{BC}}$ **와** $\overline{\mathrm{EF}}$ **(3)** $\overline{\mathrm{CD}}$ **와** $\overline{\mathrm{DH}}$

그리고, 선분EF**의 중점을** G**라고 할 때, 이 전개도로 만든 정육면체에서**

(4) $\overline{\mathrm{CG}}$**와** $\overline{\mathrm{EF}}$

가 이루는 각을 제시문 【라】의 삼수선의 정리를 이용하여 구하시오.

<15줄 이내> [30점]


A
B
C
D
E
F
G
H

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가 $x = f(t)$, $y = g(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도는 $\left(\dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}\right)$, 즉 $(f'(t), g'(t))$이고, 속도의 크기 또는 속력은 $\sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}$이다.

– 『고등학교 미적분』

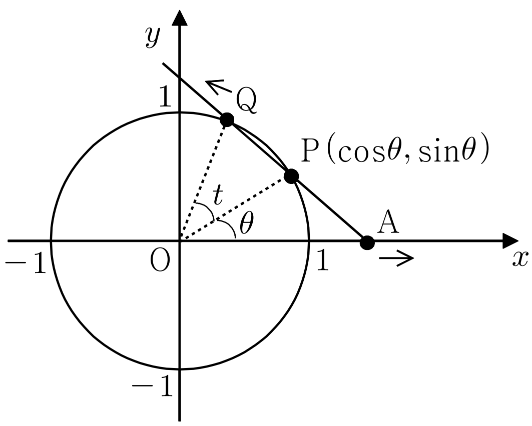
【나】함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다.

– 『고등학교 수학 II』

【다】t의 함수 s가 방정식 $f(t, s) = 0$의 꼴로 주어졌을 때, 이를 s의 t에 대한 음함수 표현이라고 한다. 음함수 표현 $f(t, s) = 0$에서 s를 t의 함수로 보고, 양변의 각 항을 t에 대하여 미분하여 $\dfrac{ds}{dt}$를 구할 수 있다.

– 『고등학교 미적분』

[문제3] 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원과 원 위의 점 $\mathrm{P}(\cos\theta, \sin\theta)$가 주어져 있다. (단, $0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{3}$) 점 Q는 P에서 출발하여 원 위를 반시계방향으로, 시각 t일 때 $\angle \mathrm{QOP} = \mathrm{t}$를 만족하도록 움직인다. $0 < t < \pi - 2\theta$일 때, 점 Q와 P를 잇는 직선이 x축과 만나는 점을 A라 하면, Q가 위와 같이 움직임에 따라 A또한 x축 위에서 움직인다. 점 Q가 $(0, 1)$을 지날 때, 점 A의 속력을 $|v_{\mathrm{A}}|$라 하자.



(1) $|v_{\mathrm{A}}|$를 θ를 이용하여 나타내시오.

(2) $|v_{\mathrm{A}}|$가 최대가 되도록 하는 θ의 값과, 그 때 $|v_{\mathrm{A}}|$의 값을 구하시오.

(3) 점 Q가 $(0, 1)$을 지날 때, 점 Q와 점 A 사이의 거리를 d_{A}라 하자. $d_{\mathrm{A}}^2 = 4|v_{\mathrm{A}}|$가 되도록 하는 θ를 구하시오.

<27줄 이내> [40점]