동국대학교 2023년(2024학년도 대비)
온라인 모의논술 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	정적분, 부피
예상 소요 시간	30분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

【가】함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$$

이다.

-『고등학교 수학II』

【나】닫힌구간 $[a, b]$의 임의의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V = \int_a^b S(x)\,dx$$

이다. 단, $S(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수이다.

-『고등학교 미적분』

[문제1] 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=4x$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형이 있다. 이 입체도형을 y축에 수직이며 y 좌표가 4인 평면으로 잘라서 얻어진 두 입체도형 중에서 y 좌표가 0이상 4이하인 영역에 속하는 입체도형의 부피를 구하시오.

3. 출제의도

구하고자 하는 입체도형의 부피를 정적분으로 계산할 수 있는지 평가한다. 특히 구하고자 하는 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형인 부분과 직사각형인 부분으로 나누어 적분하는지 평가한다.

4. 출제근거

[문제1]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학 II (3) 다항함수의 적분법 [1] 부정적분과 정적분 미적분 (3) 적분법 [2] 정적분의 활용
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12수학II03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. [12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	황선욱	미래엔	2020	126
	수학 II	고성은	좋은책 신사고	2020	125
	미적분	황선욱	미래엔	2020	169
	미적분	고성은	좋은책 신사고	2020	158

제시문 [가]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학 II (3) 다항함수의 적분법 [1] 부정적분과 정적분
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12수학II03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	황선욱	미래엔	2020	126
	수학 II	고성은	좋은책 신사고	2020	125

제시문 [나]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	미적분 (3) 적분법 [2] 정적분의 활용
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	황선욱	미래엔	2020	169
	미적분	고성은	좋은책 신사고	2020	158

5. 문항해설

구하고자 하는 입체도형의 부피를 정적분으로 계산할 수 있다. 특히 구하고자 하는 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형인 부분과 직사각형인 부분으로 나누어 적분한다.

6. 평가기준

[1단계] 구하고자 하는 입체도형의 밑면을 구체적으로 구한다. 예를 들어, 밑면을 $y=x^2$, $y=4x$로 둘러싸인 도형 중에서 $0 \le x \le 1$인 부분 A와 $y=x^2$, $y=4$, $x=1$ $(1 \le x \le 2)$로 둘러싸인 부분 B의 두 부분으로 구한다.

[2단계] A를 밑면으로 하는 입체도형은 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 한 변의 길이가 $4x-x^2$인 정사각형이므로 그 부피 V_1은

$$V_1 = \int_0^1 (4x-x^2)^2\,dx = \left[\frac{1}{5}x^5 - 2x^4 + \frac{16}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{53}{15}$$

이 된다.

[3단계] B를 밑면으로 하는 입체도형은 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 밑변의 길이가 $4-x^2$이고 높이가 $4x-x^2$인 직사각형이므로 그 부피 V_2는

$$V_2 = \int_1^2 (4-x^2)(4x-x^2)\,dx = \left[\frac{1}{5}x^5 - x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 8x^2\right]_1^2 = \frac{88}{15}$$

이 된다.

[4단계] 따라서 구하고자 하는 입체도형의 부피 V는 $V = V_1 + V_2 = \dfrac{47}{5}$이다.

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [4단계]까지 논증이 매끄럽게 작성한 경우	S
	[1단계]부터 [3단계]까지 논증이 매끄럽게 작성한 경우	A
중	[1단계]와 [2단계]를 논증이 매끄럽게 작성하고 [3단계]를 작성하였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	B
	[1단계]와 [2단계]만 논증이 매끄럽게 작성한 경우	C
	[1단계]를 논증이 매끄럽게 작성하고 [2단계]를 작성하였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	D
하	[1단계]만 논증이 매끄럽게 작성한 경우	E
	어느 단계도 논증이 매끄럽게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우	F

7. 예시답안

문제에서 구하고자 하는 입체도형의 밑면을 $y=x^2$, $y=4x$로 둘러싸인 도형 중에서 $0 \le x \le 1$인 부분 A와 $y=x^2$, $y=4$, $x=1$ $(1 \le x \le 2)$로 둘러싸인 부분 B의 두 부분으로 나눈다. A를 밑면으로 하는 입체도형은 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 한 변의 길이가 $4x-x^2$인 정사각형이므로 그 부피 V_1은

$$V_1 = \int_0^1 (4x-x^2)^2\,dx = \left[\frac{1}{5}x^5 - 2x^4 + \frac{16}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{53}{15}$$

이 된다. B를 밑면으로 하는 입체도형은 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 밑변의 길이가 $4-x^2$이고 높이가 $4x-x^2$인 직사각형이므로 그 부피 V_2는

$$V_2 = \int_1^2 (4-x^2)(4x-x^2)\,dx = \left[\frac{1}{5}x^5 - x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 8x^2\right]_1^2 = \frac{88}{15}$$

이 된다. 따라서 구하고자 하는 입체도형의 부피 V는 $V = V_1 + V_2 = \dfrac{47}{5}$이다.

동국대학교 2023년(2024학년도 대비)
온라인 모의논술 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	기하
	핵심개념 및 용어	구의 방정식, 점과 직선과의 거리
예상 소요 시간	30분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

【가】중심이 (a,b,c)이고, 반지름의 길이가 r 인 구의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

-『고등학교 기하』

【나】 좌표공간에서 두 점 $A(x_1,y_1,z_1), B(x_2,y_2,z_2)$사이의 거리는

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

이다.

-『고등학교 기하』

【다】 공간에서 직선 l이 평면 α와 한 점에서 만나고 평면 α위의 모든 직선과 서로 수직일 때, 직선 l은 평면 α와 수직이라고 하며, 이것을 기호로

$$l\perp\alpha$$

와 같이 나타낸다. 이 때 직선 l을 평면 α의 수선이라고 하며, 직선 l과 평면 α가 만나는 점 O를 수선의 발이라고 한다.

-『고등학교 기하』

[문제2] 중심의 x좌표, y좌표, z좌표가 모두 양수인 구 B가 x축과 y축에 각각 접하고 xy평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 25π이다. 점 P$(10,17,3)$에서 이 xy평면위의 원까지의 거리의 최댓값과 최솟값을 구하고, 최대 및 최소가 되는 원 위의 점 Q,R을 각각 구하시오.

3. 출제의도

구가 x축, y축에 접할 때, xy평면과 만나서 만드는 원의 방정식을 구할 수 있고, 주어진 점에서 이 원까지 거리가 최대, 최소가 되는 점들을 구할 수 있고, 그 값도 구할 수 있다.

4. 출제근거

(문제 2)

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<기하> – (3) 공간도형과 공간좌표 – ② 공간좌표
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12기하03-07] 구의 방정식을 구할 수 있다. [12기하03-05] 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [12기하03-02] 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 기하	류희찬 외 9인	㈜ 천재교과서	2020	p154, p163
	고등학교 기하	홍성복 외 10인	㈜ 지학사	2020	p145
	고등학교 기하	권오남 외 14인	㈜ 교학사	2020	p121

제시문【가】

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<기하> – (3) 공간도형과 공간좌표 – ② 공간좌표
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12기하03-07] 구의 방정식을 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 기하	류희찬 외 9인	㈜ 천재교과서	2020	p154

제시문【나】

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<기하> – (3) 공간도형과 공간좌표 - ② 공간좌표
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12기하03-05] 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 기하	홍성복 외 10인	㈜ 지학사	2020	p145

제시문【다】

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<기하> – (3) 공간도형과 공간좌표 - ① 공간도형
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12기하03-02] 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 기하	권오남 외 14인	㈜ 교학사	2020	p121

5. 문항해설

제시문【가】**구의 방정식에 대해 설명하였다.**

제시문【나】**점과 직선과의 거리에 대해 설명하였다.**

제시문【다】**공간에서 평면위의 수선의 발에 대해 설명하였다**

6. 평가기준

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우	S
	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	A
중	[1단계]부터 [3단계]까지의 과정을 기술한 경우	B
	[1단계]부터 [2단계]까지의 과정을 기술한 경우	C
	[1단계]의 과정을 기술한 경우	D
하	위 단계 중 한 단계만 기술한 경우	E
	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우	F

채점 기준

[제1단계] 원의 중심의 좌표 $(5,5,0)$를 구할 수 있다.
구가 x축, y축과 접한다는 사실과 구가 xy 평면과 만나는 원의 면적이 25π라는 사실을 이용하면 원의 중심의 좌표는 $(5,5,0)$이다.

[제2단계] 점 $(10,17,3)$에서 원까지 거리의 최댓값 $3\sqrt{37}$과 최솟값 $\sqrt{73}$을 구할 수 있다.
점 $(10,17,3)$에서 이 원 위의 점 $(a,b,0)$까지 거리의 제곱은 제시문 【나】에 의해 $(a-10)^2+(b-17)^2+9$ 이고, 여기서 $(a-10)^2+(b-17)^2$의 최댓값과 최솟값은 xy평면 위의 점 $(10,17,0)$에서 주어진 원 위의 점까지 거리의 제곱의 최댓값과 최솟값과 같다. 여기서 점 $(10,17,0)$는 점 P 의 xy평면에 대한 수선의 발이다. 이 수선의 발 $(10,17,0)$에서 이 원의 중심까지의 거리는 13이므로 점 $(10,17,0)$에서 이 원까지 거리의 최댓값과 최솟값은 각각 18와 8이다. 따라서, 점 $(10,17,3)$에서 이 원까지 거리의 최댓값과 최솟값은 각각 $3\sqrt{37}$와 $\sqrt{73}$이다.

[제3단계] 원의 중심에서 점$(10,17,3)$의 xy평면에 대한 수선의 발을 지나는 직선의 방정식을 구할 수 있다.
이 직선의 방정식은 xy 평면에 있고$(z=0)$,

$$y-5=\frac{12}{5}(x-5)$$

이다.

[제4단계] 점 $(10,17,3)$에 원까지 거리가 최대가 되는 점 Q$\left(\frac{40}{13},\frac{5}{13},0\right)$과 최소가 되는 점 R$\left(\frac{90}{13},\frac{125}{13},0\right)$을 구할 수 있다.
최대와 최소가 되는 점은 원의 중심$(5,5,0)$에서 점 $(10,17,0)$을 지나는 직선이 이 원과 만나는 두 점 중 점 $(10,17,0)$에서 각각 먼 점과 가까운 점이다. 이 직선이 원

$$(x-5)^2+(y-5)^2=25$$

과 만나는 점을 구하기 위해 대입하면

$$25=(x-5)^2+\frac{144}{25}(x-5)^2=\frac{169}{25}(x-5)^2$$

$$x=5\pm\frac{25}{13}, y=5\pm\frac{60}{13}$$ (부호 순서 같음)

이므로, 최대가 되는 점은 Q$\left(\frac{40}{13},\frac{5}{13},0\right)$이고, 최소가 되는 점은 R$\left(\frac{90}{13},\frac{125}{13},0\right)$이다.

7. 예시답안

구 B 가 xy평면과 만나서 생기는 원의 중심의 좌표는 $(5,5,0)$이다. 점 $(10,17,3)$에서 이 원 위의 점 $(a,b,0)$까지 거리의 제곱은 제시문 【나】에 의해 $(a-10)^2+(b-17)^2+9$ 이고, 여기서 $(a-10)^2+(b-17)^2$의 최댓값과 최솟값은 xy평면 위의 점 $(10,17,0)$에서 주어진 원 위의 점까지 거리의 제곱의 최댓값과 최솟값과 같다. 여기서 점 $(10,17,0)$는 점 P 의 xy평면에 대한 수선의 발이다. 이 수선의 발 $(10,17,0)$에서 이 원의 중심까지의 거리는 13이므로 점 $(10,17,0)$에서 이 원까지 거리의 최댓값과 최솟값은 각각 18와 8이다. 따라서, 점 $(10,17,3)$에서 이 원까지 거리의 최댓값과 최솟값은 각각 $3\sqrt{37}$와 $\sqrt{73}$이다.

그리고, 최대와 최소가 되는 점은 원의 중심$(5,5,0)$에서 점 $(10,17,0)$을 지나는 직선이 이 원과 만나는 두 점 중 점 $(10,17,0)$에서 각각 먼 점과 가까운 점이다. 이 직선의 방정식은 xy 평면에 있고$(z=0)$,

$$y-5=\frac{12}{5}(x-5)$$

이다. 이 직선이 원

$$(x-5)^2+(y-5)^2=25$$

과 만나는 점을 구하기 위해 대입하면

$$25=(x-5)^2+\frac{144}{25}(x-5)^2=\frac{169}{25}(x-5)^2$$

$$x=5\pm\frac{25}{13}, y=5\pm\frac{60}{13}$$ (부호 순서 같음)

이므로, 최대가 되는 점은 Q$\left(\frac{40}{13},\frac{5}{13},0\right)$이고, 최소가 되는 점은 R$\left(\frac{90}{13},\frac{125}{13},0\right)$이다.

동국대학교 2023년(2024학년도 대비)
온라인 모의논술 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	삼각함수, 확률과 통계
	핵심개념 및 용어	삼각함수, 호도법, 이항분포
예상 소요 시간	30분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하면 $l=r\theta$, $S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}rl$

-『고등학교 수학 I』

【나】 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p이고, n회의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 X라고 하면 임의의 작은 양수 h에 대하여 확률 $\mathrm{P}\left(\left|\frac{X}{n}-p\right|<h\right)$는 n이 한없이 커짐에 따라 1에 한없이 가까워진다.

-『고등학교 확률과 통계』

【다】 일반적으로 동일한 시행을 n번 반복해서 사건 A가 r_n번 일어난다고 하자.

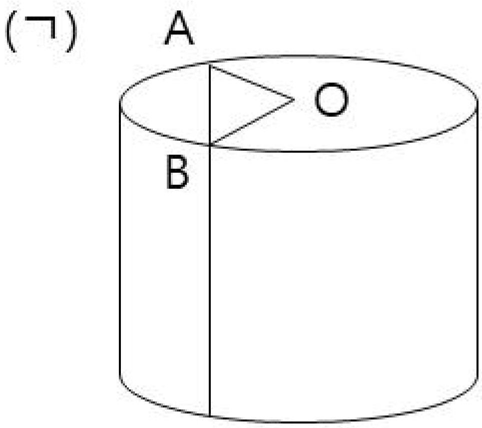
시행 횟수 n이 한없이 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 통계적 확률이라고 한다. 현실적으로 시행 횟수 n을 한없이 크게 할 수 없으므로 n이 충분히 클 때의 상대도수 $\frac{r_n}{n}$을 통계적 확률로 사용한다.

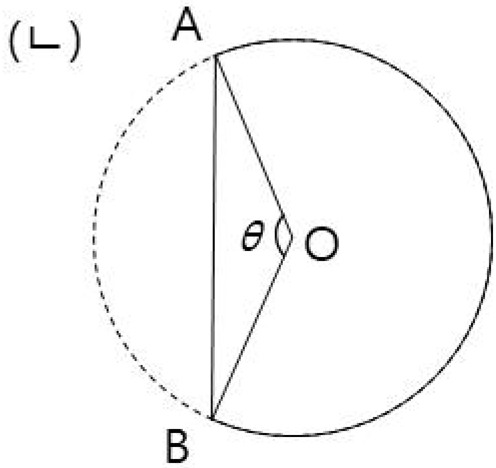
한편, 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p일 때, 그 시행 횟수 n을 충분히 크게 하면 사건 A가 일어나는 상대도수 $\frac{r_n}{n}$은 수학적 확률 p에 가까워진다는 것이 알려져 있다.

따라서 통계적 확률과 수학적 확률은 같다는 것을 알 수 있다.

-『고등학교 확률과 통계』

[문제2] 윷놀이의 한 시행은 총 4개의 윷가락(혹은 윷짝)들을 동시에 던지는 것이고, 각 윷가락은 아래 그림의 (ㄱ)과 같이 높이 10cm, 반지름이 1cm인 원통의 윗 단면인 그림 (ㄴ)의 원 O에서 현 AB를 따라 원통을 수직으로 절단해서 4개의 윷가락들을 만들었다고 가정하자.





이렇게 제작된 4개의 윷가락들로 총 1000번의 시행으로 나타날 수 있는 결과는 다음과 같다.

결과	정의	빈도
도	4개의 윷가락 중 1개는 배, 3개는 등	110
개	4개의 윷가락 중 2개는 배, 2개는 등	311
걸	4개의 윷가락 중 3개는 배, 1개만 등	384
윷	4개의 윷가락 중 4개 모두 배	179
모	4개의 윷가락 중 4개 모두 등	16

(단, 1000번은 충분히 큰 시행의 횟수이다.)

다음 규칙에 따라 현 AB의 길이 d를 $\angle AOB=\theta$의 식으로 표현하라.

① **윷가락을 던졌을 때 반드시 등(둥근 면) 또는 배(평평한 면)가 위로 나타난다. 즉, 윗 단면이나 아랫 단면이 위로 나오는 결과의 확률은 0이다.**

② **윷가락의 배와 등이 나타나는 확률은 각각 둥근 면과 평평한 면의 겉면적에 비례한다.**

③ **각 윷가락은 확률 p로 현 AB의 수직 절단 면인 배가 위로 나타나거나, 확률 $1-p$로 등이 위로 나타나며, 서로 독립적으로 결과가 나타난다. 즉, 어느 하나의 윷가락의 결과가 다른 윷가락의 결과에 영향을 미치지 않는다.**

④ **$\angle AOB<\pi$이다.**

3. 출제의도

실제 윷놀이의 결과가 이산확률분포인 이항분포를 따름을 파악하고, 이항분포의 확률 조건을 만족하는 윷가락(원통)의 단면인 원에서 부채꼴의 호의 길이와 현의 길이를 호도법을 이용해서 구할 수 있다.

4. 출제근거

[문제 3]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학 Ⅰ (2) 삼각함수 ① 삼각함수 확률과 통계 (2) 확률 ① 확률의 뜻과 활용
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [12확통02-01] 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다. [12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	박교식	동아출판	2018	66
	수학 Ⅰ	권오남	교학사	2018	79
	확률과 통계	이준열	천재교육	2019	49, 102
	확률과 통계	권오남	교학사	2019	47, 48, 100

제시문 [가]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학 Ⅰ (2) 삼각함수 ① 삼각함수
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	박교식	동아출판	2018	66
	수학 Ⅰ	권오남	교학사	2018	79

제시문 [나]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (3) 통계 ① 확률분포
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	이준열	천재교육	2019	102
	확률과 통계	권오남	교학사	2019	100

제시문 [다]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (2) 확률 ① 확률의 뜻과 활용
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통02-01] 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	이준열	천재교육	2019	49
	확률과 통계	권오남	교학사	2019	47, 48

제시문 [다]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (3) 통계 ① 확률분포
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	이준열	천재교육	2019	102
	확률과 통계	권오남	교학사	2019	100

5. 문항해설

[문항 3] 실제 윷놀이의 결과가 이산확률분포인 이항분포를 따름을 파악하고, 이항분포의 확률 조건을 만족하는 윷가락(원통)의 단면인 원에서 부채꼴의 호의 길이와 현의 길이를 호도법을 이용해서 구하는 문제이다.

제시문 [가] 호도법을 이용하여 부채꼴의 호의 길이를 구하는 방법에 대해 설명하였다.

제시문 [나] 큰수의 법칙을 설명하였다.

제시문 [다] 통계적 확률을 정의하고 수학적 확률과의 관계를 설명하였다.

6. 평가기준

출제 의도에 가장 잘 들어맞는 답안의 풀이 순서는 다음과 같다.

[1단계] 윷놀이 결과에서 평평한 면이 나온 횟수를 파악한다.

[2단계] 윷가락의 평평한 면이 나올 통계적 확률을 계산한다.

[3단계] 시행의 횟수가 크기 때문에 통계적 확률과 수학적 확률이 같다.

[4단계] 윷가락의 둥근 면이 나오는 확률을 호도법으로 표현한다.

[5단계] 윷가락의 둥근 면과 평편한 면이 나오는 확률의 비를 겉면적의 비로 표현한다.

[6단계] 현 AB의 길이를 θ로 표현한다.

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [6단계]까지를 모두 보인 경우	S
	[1단계]부터 [5단계]까지를 모두 보인 경우	A
중	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보인 경우	B
	[1단계]부터 [3단계]까지를 모두 보인 경우	C
	[1단계]부터 [2단계]까지를 모두 보인 경우	D
하	[1단계]만 보인 경우	E
	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우	F

7. 예시답안

[1단계]

4개의 윷가락들을 던져 나온 배(평평한 면)의 수를 X라 하면 문제에서 주어진 1000번의 시행의 결과를 통해 평평한 면이 나온 횟수는 다음과 같다.

결과	X	X의 빈도
도	1	110×1=110
개	2	311×2=622
걸	3	384×3=1152
윷	4	179×4=716
모	0	16×0=0

[2단계]

위 결과를 이용해서 한 윷가락의 평평한 면(사건 A)이 나타날 통계적 확률 p'은 다음과 같이 계산된다.

$$p' = \frac{110+622+1152+716}{4\times1000} = \frac{2600}{4000} = 0.65$$

[3단계]

제시문 [다]에 의해 시행의 횟수 $n = 4 \times 1000$가 크므로 통계적 확률 p'과 수학적 확률 p는 같다.

[4단계]

한편 각 윷가락에서 배가 위로 나타날 확률은 중심각 $2\pi - \theta$를 갖는 부채꼴 OAB가 단면인 기둥에서 호 AB에 해당하는 기둥의 면적인 $10(2\pi - \theta)$이고, 등이 위로 나타날 확률은 현 AB의 수직 단면적의 넓이인 $10d$이다.

[5단계]

이를 이용해서 다음의 비례식을 세울 수 있다.

$$0.35 : 0.65 = 10d : 10(2\pi - \theta)$$
$$\Leftrightarrow d = \frac{7}{13}(2\pi - \theta)$$

[6단계]

따라서, 현 AB의 길이 d는 $\frac{7}{13}(2\pi - \theta)$ cm이다.