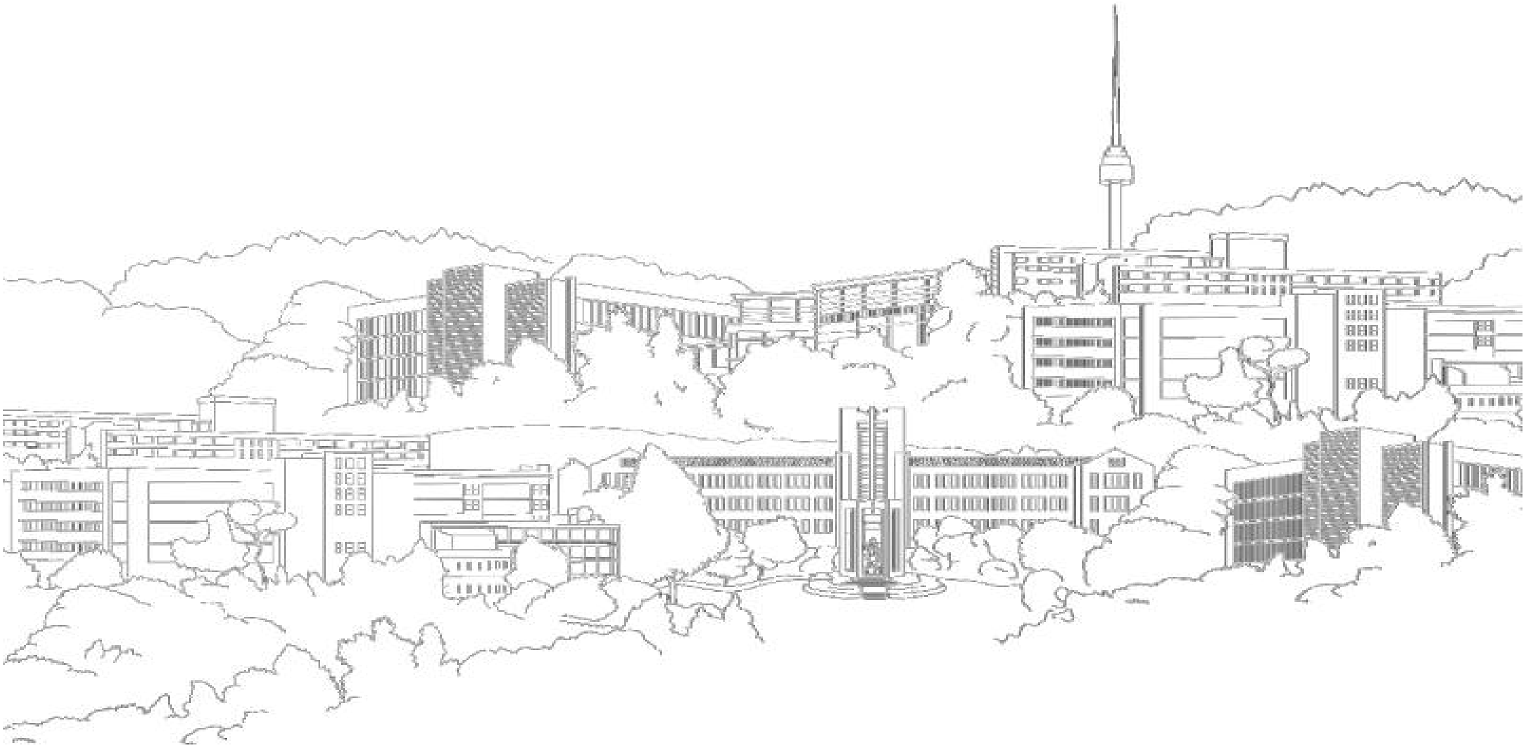
동국대학교 2023년(2024학년도 대비)

온라인 모의논술 문제지(자연계열)



동국대학교
dongguk UNIVERSITY

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$$

이다.

- 『고등학교 수학II』

【나】 닫힌구간 $[a, b]$의 임의의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V = \int_a^b S(x)\,dx$$

이다. 단, $S(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수이다.

- 『고등학교 미적분』

[문제1] 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=4x$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형이 있다. 이 입체도형을 y축에 수직이며 y 좌표가 4인 평면으로 잘라서 얻어진 두 입체도형 중에서 y 좌표가 0이상 4이하인 영역에 속하는 입체도형의 부피를 구하시오.

<15줄 이내> [30점]

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

[가] 중심이 (a,b,c)이고, 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

--- 고등학교 기하

[나] 좌표공간에서 두 점 $A(x_1,y_1,z_1), B(x_2,y_2,z_2)$사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$

이다. -- 고등학교 기하

[다] 공간에서 직선 l이 평면 α와 한 점에서 만나고 평면 α위의 모든 직선과 서로 수직일 때, 직선 l은 평면 α와 수직이라고 하며, 이것을 기호로

$$l \perp \alpha$$

와 같이 나타낸다. 이 때 직선 l을 평면 α의 수선이라고 하며, 직선 l과 평면 α가 만나는 점 O를 수선의 발이라고 한다.

---- 고등하교 기하

[문제2] 중심의 x좌표, y좌표, z좌표가 모두 양수인 구 B가 x축과 y축에 각각 접하고 xy평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 25π이다. 점 P$(10,17,3)$에서 이 xy평면위의 원까지의 거리의 최댓값과 최솟값을 구하고, 최대 및 최소가 되는 원 위의 점 Q,R을 각각 구하시오.

<15줄 이내> [30점]

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하면 $l = r\theta$, $S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$

- 『고등학교 수학 I』

【나】 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p이고, n회의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 X라고 하면 임의의 작은 양수 h에 대하여 확률 $\mathrm{P}\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| < h\right)$는 n이 한없이 커짐에 따라 1에 한없이 가까워진다.

- 『고등학교 수학 I』

【다】 일반적으로 동일한 시행을 n번 반복해서 사건 A가 r_n번 일어난다고 하자.

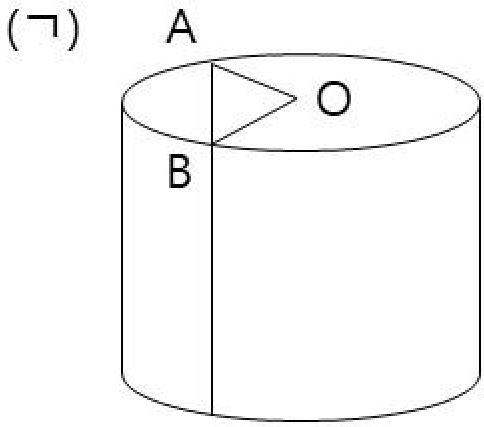
시행 횟수 n이 한없이 커짐에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 통계적 확률이라고 한다. 현실적으로 시행 횟수 n을 한없이 크게 할 수 없으므로 n이 충분히 클 때의 상대도수 $\frac{r_n}{n}$을 통계적 확률로 사용한다.

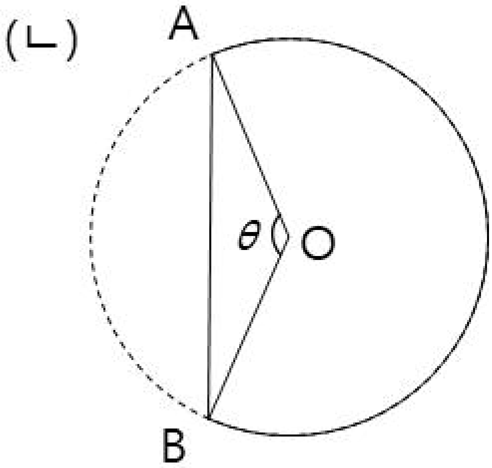
한편, 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p일 때, 그 시행 횟수 n을 충분히 크게 하면 사건 A가 일어나는 상대도수 $\frac{r_n}{n}$은 수학적 확률 p에 가까워진다는 것이 알려져 있다.

따라서 통계적 확률과 수학적 확률은 같다는 것을 알 수 있다.

- 『고등학교 수학 I』

[문제3] 윷놀이의 한 시행은 총 4개의 윷가락(혹은 윷짝)들을 동시에 던지는 것이고, 각 윷가락은 아래 그림의 (ㄱ)과 같이 높이 10cm, 반지름이 1cm인 원통의 윗단면인 그림 (ㄴ)의 원 O에서 현 AB를 따라 원통을 수직으로 절단해서 4개의 윷가락들을 만들었다고 가정하자.





이렇게 제작된 4개의 윷가락들로 총 1000번의 시행으로 나타날 수 있는 결과는 다음과 같다.

결과	정의	빈도
도	4개의 윷가락 중 1개는 배, 3개는 등	110
개	4개의 윷가락 중 2개는 배, 2개는 등	311
걸	4개의 윷가락 중 3개는 배, 1개만 등	384
윷	4개의 윷가락 중 4개 모두 배	179
모	4개의 윷가락 중 4개 모두 등	16

다음 규칙에 따라 현 AB의 길이 d**를** $\angle AOB = \theta$**의 식으로 표현하라.**

> ① **윷가락을 던졌을 때 반드시 등 또는 배가 위로 나타난다. 즉, 윗 단면이나 아랫 단면이 위로 나오는 결과의 확률은 0이다.**
>
> ② **윷가락의 배와 등이 나타나는 확률은 각각 둥근 면과 평평한 면의 겉면적에 비례한다.**
>
> ③ **각 윷가락은 확률** p**로 현 AB의 수직 절단 면인 배(평평한 면)가 위로 나타나거나, 확률** $1-p$**로 등(둥근 면)이 위로 나타나며, 서로 독립적으로 결과가 나타난다. 즉, 어느 하나의 윷가락의 결과가 다른 윷가락의 결과에 영향을 미치지 않는다.**
>
> ④ $\angle AOB < \pi$**이다.**

<27줄 이내> [40점]