동국대학교 2021년(2022학년도 대비)

온라인 모의논술 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	기하
	핵심개념 및 용어	이차곡선, 포물선
예상 소요 시간	25분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

[가] 평면위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 각각 같은 점들의 집합을 포물선이라 하고, 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 포물선의 준선이라고 한다.

- 고등학교 『기하』

[나] 초점이 점 $F(p,0)$이고 준선의 방정식이 $x=-p$인 포물선의 방정식은

$$y^2=4px \quad (\text{단, } p \neq 0)$$

- 고등학교 『기하』

[다] 포물선 $y^2=4px$위의 점 (x_1,y_1)에서의 접선의 방정식은

$$y_1y=2p(x+x_1)$$

- 고등학교 『기하』

[라] 두 실수 $a>0$, $b>0$에 대하여 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$이다. 여기서 등호는 $a=b$일 때 성립한다.

- 고등학교 『수학』

[문제2] 상수 $p \neq 0$에 대하여 초점이 점 $F(p,0)$이고 준선의 방정식이 $x=-p$인 포물선이 주어졌다. 포물선 위의 점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H라고 하고 점 P에서의 포물선의

접선과 포물선의 준선의 교점을 Q라고 하자.

1) 점 H와 점 Q사이의 거리와 초점 F와 점 Q사이의 거리를 구하시오.

2) 점 H와 점 Q사이의 거리의 최솟값을 구하고 최솟값을 가질 때의 점 P의 좌표를 구하시오.

<15줄 이내> [30점]

3. 출제의도

이차곡선의 개념을 이해하고 있는지를 살펴보고 접선을 구하고 준선과의 교점을 계산할 수 있는지 알아본다.

4. 출제근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	기하 - (1) 이차곡선 - 1 이차곡선
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 기하	고성은 외	좋은책 신사고	2019	11, 12, 37
	고등학교 수학	류희찬 외	천재교과서	2020	204
기타					

5. 문항해설

포물선 위의 주어진 점에서의 포물선의 접선과 준선과의 교점을 구한다. 이 교점에서 수선의 발의 까지의 거리와 초점까지의 거리를 계산하고 최솟값을 계산하는 문제이다.

6. 채점기준

하위문항 1)

[1단계] 포물선 위의 점 P에서의 포물선의 접선을 구하고 포물선의 준선과의 교점 Q를 구한다.

[2단계] 교점 Q와 포물선의 준선에 내린 수선의 발 H 사이의 거리를 구한다.

[3단계] 교점 Q와 포물선의 초점 F 사이의 거리를 구하여 교점 Q와 점 H 사이의 거리와 같음을 확인한다.

하위문항 2)

[4단계] 교점 Q와 점 H 사이의 거리의 최솟값을 구하고 그때의 점 P의 좌표를 구한다.

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우	S
	[1단계]부터 [4단계]까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	A
중	[1단계]부터 [3단계]까지를 모두 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우	B
	[1단계]부터 [3단계]까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	C
	[1단계]부터 [3단계]까지 중 두 가지를 올바르게 보인 경우	D
하	[1단계]를 올바르게 보인 경우	E
	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우	F

7. 예시답안

1) 주어진 포물선의 초점이 $F(p,0)$이고 준선이 $x=-p$이므로 제시문 [나]에서와 같이 포물선의 방정식은 $y^2=4px$이다. 포물선 위의 점 $P(x_1,y_1)$에서의 접선의 방정식은 제시문 [다]에서 주어진 것과 같이 $y_1y=2p(x+x_1)$이다. 이 접선과 준선 $x=-p$와의 교점을 구하기 위하여 준선의 식을 접선의 식에 대입하면 $y_1y=2p(-p+x_1)$가 되고 따라서 $y=\dfrac{2p(x_1-p)}{y_1}$을 얻는다. 즉 접선과 준선의 교점 Q의 좌표는 $\left(-p,\dfrac{2p(x_1-p)}{y_1}\right)$이다. 점 $P(x_1,y_1)$는 포물선 위의 점이므로 $y_1^2=4px_1$을 만족하므로 교점 Q의 좌표는 $\left(-p,\dfrac{2p(x_1-p)}{y_1}\right)=\left(-p,\dfrac{y_1}{2}-\dfrac{2p^2}{y_1}\right)$이다. 점 $P(x_1,y_1)$에서 준선 $x=-p$에 내린 수선의 발 H의 좌표는 $(-p,y_1)$이므로 점 Q와 점 H사이의 거리는 $\left|\dfrac{y_1}{2}-\left(\dfrac{y_1}{2}-\dfrac{2p^2}{y_1}\right)\right|=\dfrac{|y_1|}{2}+\dfrac{2p^2}{|y_1|}$이다. 또한 포물선의 초점 F와 점 Q사이의 거리의 제곱은 $4p^2+\left(\dfrac{y_1}{2}-\dfrac{2p^2}{y_1}\right)^2=\left(\dfrac{y_1}{2}+\dfrac{2p^2}{y_1}\right)^2$이므로 초점 F와 점 Q사이의 거리는 $\dfrac{|y_1|}{2}+\dfrac{2p^2}{|y_1|}$으로 점 Q와 점 H사이의 거리와 같다.

2) 제시문 [라]에서 주어진 것과 같이 점 Q와 점 H사이 거리는 $|y_1|=2|p|$일 때, $2\sqrt{p^2}=2|p|$를 최솟값으로 가진다. 이때 $x_1=\dfrac{y_1^2}{2p}=p$ 이므로 점 Q와 점 H사이 거리가 최솟값을 가질 때의 점 P의 좌표는 $(p,2p)$ 또는 $(p,-2p)$이다.

동국대학교 2021년(2022학년도 대비)
온라인 모의논술 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">모의논술</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열 / 문제2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>확률과 통계</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>조건부 확률, 확률의 곱셈정리, 확률의 덧셈정리</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">25분 / 전체 90분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[가] 사건 A, B 중 어느 한 사건이 일어나면 다른 사건은 일어나지 않을 때, 즉 $A\cap B=\phi$ 일 때, A 와 B 는 서로 배반이라고 하고 이 두 사건을 서로 배반사건이라고 한다.

표본 공간 S 의 사건 A, B 에 대하여

1) $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

2) A, B 가 서로 배반 사건이면 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$

-『고등학교 확률과 통계』

[나] 일반적으로 확률이 0이 아닌 사건 A 가 일어났다고 가정할 때 사건 B 가 일어날 확률을 사건 A 가 일어났을 때 사건 B 의 조건부확률이라 하고, 이것을 기호로

$$\mathrm{P}(B\mid A)$$

와 같이 나타낸다. 사건 A 가 일어났을 때 사건 B 의 조건부확률은

$$\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)} \qquad (\text{단}, \mathrm{P}(A)\neq 0)$$

이다.

-『고등학교 확률과 통계』

[다] 사건 A가 일어났을 때의 사건 B 의 조건부 확률은

$$\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)} \qquad (\mathrm{P}(A)>0)$$

이고, 이 식의 양변에 $\mathrm{P}(A)$를 곱하면

$$P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A)$$

이다. 같은 방법으로

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \mid B) \qquad (P(B) > 0)$$

이다.

-『고등학교 확률과 통계』

[문제2] 어느 지역에서 어떤 병에 걸린 사람의 비율은 1%라고 가정하자. 이 병을 진단하는 키트 C, D 두 가지가 새로이 개발되었다. 두 키트로 이 병을 진단할 때, 진단확률은 아래와 같다.

	C 키트	D 키트
병에 걸린 사람을 병에 걸렸다고 정확하게 진단할 확률	98%	99%
병에 걸리지 않은 사람을 병에 걸렸다고 잘못 진단할 확률	1%	2%

이 지역에서 임의로 한 명을 선택하여 검사를 한 결과 병에 걸렸다고 진단하였을 때, 그 사람이 실제로 병에 걸렸을 확률은 C, D 두 키트 중 어느 키트가 높은 지 제시문을 이용하여 설명하시오.

3. 출제의도

조건부 확률을 확률의 덧셈정리와 확률의 곱셈정리를 이용하여 구할 수 있는지 평가하고자 하였다.

4. 출제근거

[문제 2]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (2) 확률
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	1 확률의 뜻과 활용 [12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 2 조건부확률 [12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. [12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	권오남 외 14인	교학사	2020	75

제시문 [가]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (2) 확률 ① 확률의 뜻과 활용
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	박교식 외 19인	동아출판사	2020	50,51

제시문 [나]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (2) 확률 ② 조건부확률
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2020	58,59

제시문 [다]

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	확률과 통계 (2) 확률 ② 조건부확률
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	[12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	김원경 외 14인	비상교육	2020	55

5. 문항해설

제시문 **[가]** : 확률의 덧셈정리에 대해 설명하였다.
제시문 **[나]** : 조건부 확률에 대하여 설명하였다.
제시문 **[다]** : 확률의 곱셈정리에 대하여 설명하였다.
[문제 2] : 조건부 확률을 확률의 덧셈정리와 곱셈정리를 이용하여 구하는 문제이다.

6. 채점기준

[제 1단계] 사건 A를 이 지역에서 임의로 선택된 사람이 감염자인 사건이고, 사건 B는 이 지역에서 임의로 선택된 사람이 양성반응을 나타내는 사건이라고 정의할 수 있다.

[제 2단계] 이 지역에서 임의로 한 명을 선택하여 검사를 한 결과 병에 걸렸다고 진단하였을 때, 그 사람이 실제로 병에 걸렸을 확률을 제시문 [나]를 이용하여 조건부 확률 $P(A|B)$로 나타낼 수 있다.

[제 3단계] $P(A)=0.01$와 확률의 덛셈정리와 확률의 곱셈정리를 이용하여

$$P(B)=P(B|A)+P(B|A^c)=P(A)P(A\cap B)+P(A^c)P(A^c\cap B)$$

로 표현하고, 이를 이용하여 C, D 에 대해 키트에 대해 $P(B)$의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C\text{키트}: P(B)=0.01\times 0.98+0.99\times 0.01=0.0197,$$
$$D\text{키트}: P(B)=0.01\times 0.99+0.99\times 0.02=0.0297.$$

[제 4단계] 조건부 확률의 정의와 확률의 곱셈정리를 이용하여

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

로 나타내고 C, D 키트에 대해 조건부 확률 $P(A|B)$를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C\text{키트}: P(A|B)=\frac{0.0098}{0.0197}=\frac{98}{197},$$
$$D\text{키트}: P(A|B)=\frac{0.0099}{0.0297}=\frac{99}{297}.$$

따라서, C 키트가 D 키트보다 이 지역 임의의 한 명이 병에 걸렸다고 진단했을 때 실제로 병에 걸렸을 확률이 높다.

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우	S
	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	A
중	[1단계]부터 [3단계]까지의 과정을 기술한 경우	B
	[1단계]부터 [2단계]까지의 과정을 기술한 경우	C
	[1단계]만 기술한 경우	D
하	내용과 관계없는 것을 기술한 경우	E
	백지인 경우	F

7. 예시답안

사건 A를 이 지역에서 임의로 선택된 사람이 감염자인 사건이고, 사건 B는 이 지역에서 임의로 선택된 사람이 양성반응을 나타내는 사건이라고 하자. 이 지역에서 임의로 한 명을 선택하여 검사를 한 결과 병에 걸렸다고 진단하였을 때, 그 사람이 실제로 병에 걸렸을 확률을 제시문 [나]에 의해 조건부 확률 $P(A|B)$로 나타낼 수 있다. $P(A)=0.01$와 확률의 덧셈정리와 확률의 곱셈정리를 이용하면

$$P(B)=P(B|A)+P(B|A^c)=P(A)P(A\cap B)+P(A^c)P(A^c\cap B)$$

이다. 따라서, C, D 에 대해 키트에 대해 $P(B)$의 값은 다음과 같다.

$$C\text{키트}:\ P(B)=0.01\times 0.98+0.99\times 0.01=0.0197,$$
$$D\text{키트}:\ P(B)=0.01\times 0.99+0.99\times 0.02=0.0297.$$

조건부 확률의 정의와 확률의 곱셈정리를 이용하여

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

로 나타낼 수 있고, C, D 키트에 대해 조건부 확률 $P(A|B)$를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C\text{키트}:\ P(A|B)=\frac{0.0098}{0.0197}=\frac{98}{197},$$
$$D\text{키트}:\ P(A|B)=\frac{0.0099}{0.0297}=\frac{99}{297}.$$

따라서, 이 지역 임의의 한 명이 병에 걸렸다고 진단했을 때 실제로 병에 걸렸을 확률은 C 키트가 D 키트보다 높다.

동국대학교 2021년(2022학년도 대비)
온라인 모의논술 문항카드(자연계열)

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	모의논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분
	핵심개념 및 용어	미분과 적분
예상 소요 시간	40분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

【가】x의 함수 y가 음함수의 꼴 $f(x,y)=0$로 주어질 때, $f(x,y)=0$의 양변을 x에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dx}$를 구한다.

-『고등학교 미적분』

【나】미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때, 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 도함수는

$$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

이다.

-『고등학교 미적분』

[문제3] 제시문을 바탕으로 아래 두 문제의 답과 풀이과정을 서술하시오.

1) 양수 t에 대하여 직선 $y=t$와 곡선 $y=3x+\sin x$이 만나는 점의 x좌표를 $h(t)$라고 하자. $h'(t)$가 $t=a$에서 최솟값을 가질 때, 양수 a의 최솟값을 구하시오.

[15점]

2) $0\le t\le 6\pi$인 실수 t에 대하여 함수 $f(t)$를 $f(t)=\int_0^{2\pi}|3x+\sin x-t|\,dx$라고 하자. 함수 $f(t)$가 $t=a$에서 최솟값을 가질 때, a의 값을 구하시오.

(단, $0\le a\le 6\pi$이다.) **[25점]**

3. 출제의도

음함수 미분법(역함수 미분법), 부정적분과 정적분 사이의 관계를 이용하여 주어진 문제를 창의적인 사고를 통해 해결할 수 있는지를 평가한다.

4. 출제근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

[문제 3]의 1)

적용 교육과정	미적분 (2) 미분법
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	② 여러 가지 미분법 [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.

[문제 3]의 2)

적용 교육과정	미적분 (3) 적분법
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	① 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

제시문 [가]와 [나]

적용 교육과정	미적분 (2) 미분법
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	② 여러 가지 미분법 [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2020	98,99
기타					

5. 문항해설

제시문 [가] : 음함수 미분법을 설명하였다.
제시문 [나] : 역함수 미분법을 설명하였다.
[문제 3]의 1)은 음함수 미분법이나 역함수 미분법을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 함수의 미분을 구하고 최솟값이 언제 나타나는지 알아보는 문제이다.
[문제 3]의 2)는 앞의 문제를 이용하여 절댓값 부호의 의미를 활용하여 적분하고, 그 함수의 최솟값을 구하는 문제이다.

6. 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	[제 1단계] $t=3h(t)+\sin h(t)$임을 보인다. [제 2단계] $h'(t)=\dfrac{1}{3+\cos h(t)}$임을 보인다. [제 3단계] $t=a$에서 $h'(t)$가 최솟값을 가지므로 $\cos h(a)=1$임을 보인다. [제 4단계] $a=3h(a)$와 $\cos h(a)=\cos\left(\dfrac{a}{3}\right)=1$을 보이고, 이를 만족하는 가장 작은 양수 a인 6π를 구한다.	15

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우	S
	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	A
중	[1단계]부터 [3단계]까지의 과정을 기술한 경우	B
	[1단계]부터 [2단계]까지의 과정을 기술한 경우	C
	[1단계]만 기술한 경우	D
하	내용과 관계없는 것을 기술한 경우	E
	백지인 경우	F

하위 문항	채점 기준	배점
3-2	[제 1단계] $t=3h(t)+\sin h(t)$임을 보인다. [제 2단계] $f(t)=\int_0^{h(t)} t-(3x+\sin x)\,dx+\int_{h(t)}^{2\pi}(3x+\sin x-t)\,dx$임을 보인다. [제 3단계] $f'(t)=2h'(t)(t-3h(t)-\sin h(t))+2h(t)-2\pi$ 이고 $t=3h(t)+\sin h(t)$이므로 $f'(t)=2(h(t)-\pi)$임을 보인다. [제 4단계] $h(t)=\pi$인 t에 대하여 $f'(t)=0$이고 $f(t)$가 최솟값는 것을 보이고 $t=3h(t)+\sin h(t)$에서 $h(t)=\pi$이면 $t=3\pi$이고 $a=3\pi$임을 보인다.	25

	채점 기준	배점
상	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우	S
	[1단계]부터 [4단계]까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우	A
중	[1단계]부터 [3단계]까지의 과정을 기술한 경우	B
	[1단계]부터 [2단계]까지의 과정을 기술한 경우	C
	[1단계]만 기술한 경우	D
하	내용과 관계없는 것을 기술한 경우	E
	백지인 경우	F

7. 예시답안

문제 3]의 1) 예시답안:

주어진 조건에 의해 $t=3h(t)+\sin h(t)$를 만족한다. 음함수 미분법(또는 역함수 미분법)에 의해 $1=(3+\cos h(t))h'(t)$를 만족하므로 $h'(t)=\dfrac{1}{3+\cos h(t)}$이다. $t=a$에서 $h'(t)$가 최솟값을 가지므로 $\cos h(a)=1$이다. 그러므로 $a=3h(a)+\sin h(a)$를 만족한다. 그런데 $\sin^2 h(a)=1-\cos^2 h(a)=0$이므로 $a=3h(a)$를 만족한다.

따라서 $\cos h(a)=\cos\left(\dfrac{a}{3}\right)=1$을 만족하는 가장 작은 양수 a는 6π이다.

[문제 3]의 1) 예시답안:

함수 $y=3x+\sin x$에서 $y'=3+\cos x>0$이므로 $y=3x+\sin x$는 치역이 실수 전체의 집합인 증가함수이다. 그리고 $0\le x\le 2\pi$에서 $0\le y=3x+\sin x\le 6\pi$의 범위를 갖는다.

$0\le t\le 6\pi$를 만족하는 실수 t에 대하여 $t=3h(t)+\sin h(t)$를 만족하는 $h(t)$가 존재하고

$$f(t)=\int_0^{h(t)} t-(3x+\sin x)\,dx+\int_{h(t)}^{2\pi}(3x+\sin x-t)\,dx$$

가 성립한다. 적분하면

$f(t)=2\left(th(t)-\dfrac{3h(t)^2}{2}+\cos h(t)\right)-2\pi t-2+6\pi^2$

이다. $0<t<6\pi$에 대하여 미분하면

$f'(t)=2h'(t)(t-3h(t)-\sin h(t))+2(h(t)-\pi)$ 이고 $t=3h(t)+\sin h(t)$를 만족하므로

$f'(t)=2(h(t)-\pi)$이다.

$0<t<6\pi$에서 $h(t)$는 $0<h(t)<2\pi$이고 증가하는 연속함수이다. 그러므로 $h(t)=\pi$인 t에 대하여 $f'(t)=0$이고 $f(t)$가 최솟값을 갖는다. $t=3h(t)+\sin h(t)$에서 $h(t)=\pi$이면 $t=3\pi$이다. 따라서 $a=3\pi$이다.