동국대학교 2020년

온라인 모의논술 해설(자연계열)

[문제 1] - 수학

1. 출제의도

글을 읽고 두 변수 x, y 사이의 관계식을 식으로 얻을 수 있는 지를 확인하고 음함수 형태의 x, y 사이의 관계식을 미분할 수 있는지 본다. 두 변수 x, y를 새로운 매개변수인 시간 t의 함수로 보아 각각 t로 미분한 x와 y의 속도와 값과 dy/dx의 관계식을 알 수 있는지 확인한다. 변수 사이의 관계식, 미분의 의미, 음함수의 미분, 매개변수로 나타낸 함수의 미분, 미분과 속도의 관계 등을 이해하여 문제를 해결하였는지를 평가한다.

2. 제시문 및 문항 출제근거

가. 제시문별 출제근거

1) 문제 1 - 제시문 **【가】**

<table>
<tr><td>적용
교육과정</td><td colspan="5">2015 개정교육과정
수학 (2) 기하 $\boxed{1}$ 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. (50쪽)</td></tr>
<tr><td>과목명</td><td colspan="5">고등학교 수학</td></tr>
<tr><td>핵심 개념
및 용어</td><td colspan="5">평면좌표, 두 점 사이 거리</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td colspan="5">수학 (2) 기하 $\boxed{1}$ 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. (50쪽)</td></tr>
<tr><td>출처</td><td>도서명</td><td>저자</td><td>발행처</td><td>발행년도</td><td>쪽수</td></tr>
<tr><td rowspan="2">고등학교
교과서</td><td>수학</td><td>박교식 외 19인</td><td>동아출판(주)</td><td>2018</td><td>102</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>기타</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2) 문제 1 - 제시문 **【나】**

적용 교육과정	2015 개정교육과정 수학II (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. (75쪽)				
과목명	고등학교 수학II				
핵심 개념 및 용어	도함수, 속도				
성취기준	수학II (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. (75쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	수학II	류희찬 외 10인	(주)천재교과서	2018	98
기타					

3) 문제 1 - 제시문 **【다】**

적용 교육과정	2015 개정교육과정 미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다. (86쪽)				
과목명	고등학교 미적분				
핵심 개념 및 용어	매개변수로 나타낸 함수의 미분법				
성취기준	미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다. (86쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	미적분	김원경 외 14인	(주)비상교육	2019	86
기타					

4) 문제 1 - 제시문 **【라】**

적용 교육과정	2015 개정교육과정 미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다. (87쪽)				
과목명	고등학교 미적분				
핵심 개념 및 용어	음함수의 미분법				
성취기준	미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다. (87쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	미적분	김원경 외 14인	(주)비상교육	2019	87
기타					

나. 문항별 출제근거

적용 교육과정	2015 개정교육과정 미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다. (86쪽) [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다. (87쪽)				
과목명	고등학교 미적분				
핵심 개념 및 용어	음함수의 미분법, 매개변수로 나타낸 함수의 미분법				
성취기준	미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다. (86쪽) [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다. (87쪽)				
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
교과서 내	미적분	김원경 외 14인	(주)비상교육	2019	86,87
교과서 외					
관련교과서 근거					

3. 제시문 및 문항 해설(분석)

제시문 【가】는 두 점 사이의 거리 공식이고, 제시문 【나】는 미분과 속도, 속력의 관계이다. 제시문 【다】는 매개변수로 나타낸 함수의 미분법, 제시문 【라】는 음함수의 미분법에 대한 설명이다.

문제 1은 거리 공식에서 두 변수 x와 y의 관계식을 얻고 이를 미분하여 변화율 dy/dx을 구한다. 이것을 P와 Q의 속력의 비로 나타낸 후 문제에서 제시된 조건에서 x와 y의 새로운 관계식을 얻는다. 이를 풀어서 x와 y의 값을 얻는다.

4. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	(1단계) 제시문 【나】를 이용하여 두 변수 사이의 관계식 $x^2+y^2=25$ 을 얻는다. **(2단계)** 제시문 【라】를 이용하여 관계식을 미분하면 $2x+2y\frac{dy}{dx}=0$을 얻는다. **(3단계)** 제시문 【다】와 위의 2단계 식을 이용하여 $$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$$ 을 얻는다. **(4단계)** 조건에서 $\left\|\frac{dx}{dt}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\frac{dy}{dt}\right\|$ 임을 이용하여 $x=2y$ 임을 보인다. . **(5단계)** (1단계)의 관계식에 대입하여 $x=2\sqrt{5}$, $y=\sqrt{5}$ 를 얻는다. 즉 P의 좌표는 $(2\sqrt{5},0)$이고, Q의 좌표는 $(0,\sqrt{5})$이다.	

상	S	(1단계)부터 (5단계)까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력있는 경우
	A	(1단계)부터 (5단계)까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	(1단계)부터 (4단계)까지의 과정을 기술한 경우
	C	(1단계)부터 (3단계)까지의 과정을 기술한 경우
	D	(1단계)부터 (2단계)까지의 과정을 기술한 경우
하	E	위 단계 중 한 가지만 기술한 경우
	F	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우

5. 모범답안(예시답안)

점 $P(x,0)$와 점 $Q(0,y)$사이의 거리가 5로 고정되어 있으므로 제시문 **【나】** 주어진 거리공식에 따라 $\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}=5$ 이다. 양변을 제곱하면

$$x^2+y^2=25 \tag{1}$$

이다. 제시문 **【라】**에서 주어진 음함수의 미분법을 이용하여 미분하면

$$2x+2y\frac{dy}{dx}=0 \tag{2}$$

이다. 변수 x와 y를 시간 t의 함수로 주어졌다고 하자. 그러면 제시문 **【다】**와 식 (2)에 의하여

$$\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \tag{3}$$

을 얻는다.

문제의 조건에서 $\left|\frac{dx}{dt}\right|=\frac{1}{2}\left|\frac{dy}{dt}\right|\neq 0$ 이고 영역은 $x,\ y>0$ 으로 주어졌으므로 식 (3)을 풀면 $x=2y$ 이 된다. 이것을 다시 식 (1)에 대입하여 풀면 $x=2\sqrt{5}$, $y=\sqrt{5}$를 얻는다. 즉 P의 좌표는 $(2\sqrt{5},0)$이고, Q의 좌표는 $(0,\sqrt{5})$이다.

[문제 2] - 수학

1. 출제의도

일대일함수의 조건에서 이차부등식으로 된 도함수의 조건을 얻을 수 있는지 확인하고, 이차부등식을 판별식으로 계수 사이의 관계식을 얻을 수 있는지 본다. 관계식을 만족하는 경우의 수를 세어서 수학적 확률을 구하였는지 확인한다. 일대일함수의 정의, 미분의 의미, 이차부등식의 풀이, 이차방정식의 판별식, 수학적 확률의 정의 등을 이해하여 문제를 해결하였는지를 평가한다.

2. 제시문 및 문항 출제근거

가. 제시문별 출제근거

1) 문제 2 - 제시문 **【가】**

<table>
<tr><td>적용
교육과정</td><td colspan="5">2015 개정 교육과정
수학 (4) 함수 ① 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다. (52쪽)</td></tr>
<tr><td>과목명</td><td colspan="5">고등학교 수학</td></tr>
<tr><td>핵심 개념
및 용어</td><td colspan="5">일대일함수</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td colspan="5">수학 (4) 함수 ① 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다. (52쪽)</td></tr>
<tr><td>출처</td><td>도서명</td><td>저자</td><td>발행처</td><td>발행년도</td><td>쪽수</td></tr>
<tr><td rowspan="2">고등학교
교과서</td><td>수학</td><td>박교식
외 19인</td><td>동아출판(주
)</td><td>2018</td><td>215</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>기타</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2) 문제 2 - 제시문 **【나】**

적용 교육과정	2015 개정 교육과정 수학 II (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. (75쪽)				
과목명	수학 II				
핵심 개념 및 용어	함수의 증가와 감소				
성취기준	수학 II (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. (75쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	수학II	류희찬 외 10인	㈜천재교과서	2018	80
기타					

2) 문제 2 - 제시문 **【다】**

적용 교육과정	2015 개정 교육과정 수학 II (1) 함수의 극한과 연속 ② 함수의 연속 [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (75쪽)				
과목명	수학 II				
핵심 개념 및 용어	사잇값 정리				
성취기준	수학 II (1) 함수의 극한과 연속 ② 함수의 연속 [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (75쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	수학II	류희찬 외 10인	㈜천재교과서	2018	38
기타					

3) 문제 2 - 제시문 **【라】**

적용 교육과정	2015 개정 교육과정 확률과 통계 (2) 확률 ① 확률의 뜻과 활용 [12확통02-01] 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다. (97쪽)				
과목명	확률과 통계				
핵심 개념 및 용어	수학적 확률				
성취기준	확률과 통계 (2) 확률 ① 확률의 뜻과 활용 [12확통02-01] 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다. (97쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	확률과 통계	황선욱 외 9인	㈜미래엔	2019	45
기타					

나. 문항별 출제근거

적용 교육과정	2015 개정 교육과정 수학 (1) 문자와 식 ⑥ 여러가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. (48쪽)				
과목명	수학				
핵심 개념 및 용어	이차부등식				
성취기준	수학 (1) 문자와 식 ⑥ 여러가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. (48쪽)				
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
교과서 내	수학	박교식 외 19인	동아출판(주)	2018	87
교과서 외					
관련교과서 근거					

3. 제시문 및 문항 해설(분석)

제시문 【가】는 일대일 함수의 정의이고, 제시문 【나】는 함수의 증가 감소와 도함수와의 관계이다. 제시문 【다】는 사잇값 정리의 소개이고 제시문 【라】는 수학적 확률의 정의이다.
문제의 삼차함수 $f(x)$가 일대일함수가 되기 위한 조건으로 도함수 $f'(x)$가 양의 값과 음의 값을 모두 가지지 못한다는 것을 설명하고 이를 통하여 2차 방정식 $f'(x)=0$의 판별식이 0이하의 값을 가진다는 것을 알아낸다. 이를 바탕으로 a,b의 조건을 얻고 만족하는 경우의 수를 세어서 $f(x)$가 일대일 함수 확률을 계산한다.

4. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
	(1단계) 함수 $f(x)$가 증가하고 감소하거나 감소하고 증가하면 제시문 **【다】** 에 의하여 일대일함수가 될 수 없음을 기술하고 $f(x)$는 실수전체에서 증가하거나 감소해야 함을 설명한다. **(2단계)** 제시문 **【나】** 를 이용하여 도함수 $f'(x)=3x^2+2ax+b$ 는 모든 x에 대하여 $f'(x)\geq 0$이거나 $f'(x)\leq 0$을 만족한다는 것과 $f(x)$는 실수전체에서 증가하거나 감소한다는 것과 같음을 기술한다. **(3단계)** 도함수가 $f'(x)\geq 0$이거나 $f'(x)\leq 0$을 만족하면 $f'(x)=0$는 중근이나 허근을 가지게 되므로 $f'(x)=0$의 판별식은 $D/4=a^2-3b\leq 0$를 만족해야 한다. **(4단계)** $a^2-3b\leq 0$ 을 만족하는 a,b의 순서쌍의 개수는 $a=1$일 때, $b=1,\ldots,6$, $a=2$일 때, $b=2,\ldots,6$, $a=3$일 때, $b=3,\ldots,6$, $a=4$일 때, $b=6$. 모두 16가지임을 구한다. **(5단계)** 상수항의 계수 c의 값은 일대일 함수인지에 관계가 없으므로 무시하면, 표본공간의 전체 a,b의 순서쌍의 개수는 36개이고 구하고자 하는 확률은 $\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$이다.	

상	S	(1단계)부터 (6단계)까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력있는 경우.
	A	(1단계)부터 (6단계)까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	위 단계 중 5가지 기술한 경우
	C	위 단계 중 4가지 기술한 경우
	D	위 단계 중 3가지 기술한 경우
하	E	위 단계 중 한 가지만 기술한 경우
	F	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우

5. 모범답안(예시답안)

문제에서 주어진 3차 함수 $f(x)$가 증가하고 감소하거나 감소하고 증가하면 극댓값 또는 극솟값을 가지게 된다. 만일 극댓값을 가지면 제시문**【다】**에 의하여 극댓값보다 작은 어떤 값 k에 대하여 증가하는 구간에서 $f(c_1)=k$인 c_1가 존재하고 또 감소하는 구간에서 $f(c_2)=k$인 c_2가 존재한다. 따라서 $f(x)$는 일대일함수가 아니다. 마찬가지로 극소를 가져도 $f(x)$는 일대일함수가 아니다. 따라서 $f(x)$가 일대일함수인 것은 $f(x)$는 실수전체에서 증가 또는 감소함수이라는 것이다. 즉 도함수 $f'(x)=3x^2+2ax+b$는 모든 x에 대하여 $f'(x)\geq 0$이거나 모든 x에 대하여 $f'(x)\leq 0$이다. 이 조건은 이차방정식 $f'(x)=0$는 중근이나 허근을 가지는 것으로 $f'(x)=0$의 판별식은 $D/4=a^2-3b\leq 0$를 만족해야 한다. 따라서 $a^2-3b\leq 0$ 을 만족하는 a,b의 순서쌍의 개수는 $a=1$일 때, $b=1,\dots,6$, $a=2$일 때, $b=2,\dots,6$, $a=3$일 때, $b=3,\dots,6$, $a=4$일 때, $b=6$으로 모두 합하면 16가지 경우가 있다. 여기서 상수항의 계수 c의 값은 $f(x)$가 일대일 함수인지 아닌지에 관계가 없으므로 무시한다. 그러면 표본공간의 전체 a,b의 순서쌍의 개수는 36개이고 구하고자 하는 확률은 $\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$이다.

[문제 3] - 수학

1. 출제의도

합성함수의 미분법과 부정적분과 정적분 사이의 관계를 이용하여 주어진 문제를 종합적인 사고를 통해 해결할 수 있는지를 평가한다.

2. 제시문 및 문항 출제근거

가. 제시문별 출제근거

1) 문제 3 - 제시문 **【가】**

적용 교육과정	2015 개정교육과정 미적분 미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. (86쪽)				
과목명	고등학교 미적분				
핵심 개념 및 용어	미분법, 적분법				
성취기준	미적분 (2) 미분법 ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. (86쪽)				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
고등학교 교과서	미적분	권오남 외 14인	교학사	2019	89
기타					

2) 문제 3 - 제시문 【나】

<table>
<tr><td rowspan="2">적용
교육과정</td><td colspan="5">2015 개정교육과정 미적분</td></tr>
<tr><td colspan="5">미적분 (3) 적분법 $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (88쪽)</td></tr>
<tr><td>과목명</td><td colspan="5">고등학교 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심 개념
및 용어</td><td colspan="5">미분법, 적분법</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td colspan="5">미적분 (3) 적분법 $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (88쪽)</td></tr>
<tr><td>출처</td><td>도서명</td><td>저자</td><td>발행처</td><td>발행년도</td><td>쪽수</td></tr>
<tr><td>고등학교
교과서</td><td>미적분</td><td>권오남 외 14인</td><td>교학사</td><td>2019</td><td>156</td></tr>
<tr><td>기타</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

나. 문항별 출제근거

3-1)

<table>
<tr><td rowspan="2">적용
교육과정</td><td colspan="5">2015 개정 교육과정</td></tr>
<tr><td colspan="5">미적분 (3) 적분법 $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (88쪽)</td></tr>
<tr><td>과목명</td><td colspan="5">고등학교 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심 개념
및 용어</td><td colspan="5">미분법, 적분법</td></tr>
<tr><td>성취기준</td><td colspan="5">미적분 (3) 적분법 $\boxed{1}$ 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. (88쪽)</td></tr>
<tr><td>예상 소요
시간</td><td colspan="5">20분 / 전체 100분</td></tr>
<tr><td>출처</td><td>도서명</td><td>저자</td><td>발행처</td><td>발행년도</td><td>쪽수</td></tr>
<tr><td rowspan="2">교과서 내</td><td>미적분</td><td>권오남
외 14인</td><td>교학사</td><td>2019</td><td>156</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>교과서 외</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>관련교과서
근거</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3-2)

적용 교육과정	2015 개정 교육과정 미적분 (2) 미분법 $\boxed{2}$ 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. (86쪽) 미적분 (2) 미분법 $\boxed{3}$ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. (87쪽)				
과목명	고등학교 미적분				
핵심 개념 및 용어	미분법, 적분법				
성취기준	미적분 (2) 미분법 $\boxed{2}$ 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. (86쪽) 미적분 (2) 미분법 $\boxed{3}$ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. (87쪽)				
예상 소요 시간	20분 / 전체 100분				
출처	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행년도**	**쪽수**
교과서 내	미적분	권오남 외 14인	교학사	2019	89
교과서 외					
관련교과서 근거					

3. 제시문 및 문항 해설(분석)

제시문의 **【가】**는 합성함수 미분법에 대해 소개하고 있고, **【나】**는 치환적분법에 대해 소개하고 있다.
3-1)문항은 미분과 적분과의 관계를 이해하고, 치환적분법을 활용하는 능력을 평가하고자 하는 문제이다.
3-2)문항은 합성함수로 주어진 함수를 미분하고 적절히 변형하여 최댓값과 최솟값을 구하는 문제이다.

4. 채점 기준

3-1)번 문항

하위 문항	채점 기준	배점
	(1단계) $f(2x+\sin x)=\int_0^x f'(2t+\sin t)(2+\cos t)\,dt$를 보인다. **(2단계)** $f(2x+\sin x)=6x^2+6x\sin x-2\cos^2 x-2\cos x+4$ 또는 $f(2x+\sin x)=6x^2+6x\sin x+2\sin^2 x-2\cos x+2$ 또는 $f(2x+\sin x)=6x^2+6x\sin x-\cos 2x-2\cos x+3$ 또는 $f(2x+\sin x)=6x^2+6x\sin x-\cos^2 x+\sin^2 x-2\cos x+3$ 를 보인다. **(3단계)** $f(2x+\sin x)=6x^2+6x\sin x-2\cos^2 x-2\cos x+4$에 $x=2\pi$를 대입하면 $f(4\pi)=24\pi^2$이다. **(4단계)** $\int_0^\pi f(2x+\sin x)\,dx=\left[2x^3+3x-6x\cos x+4\sin x-\sin x\cos x\right]_0^\pi$ $=2\pi^3+9\pi=\pi(2\pi^2+9)$	

상	S	(1단계)부터 (4단계)까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력있는 경우
	A	(1단계)부터 (4단계)까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	4단계 중 3단계를 정확히 보인경우
	C	4단계 중 2단계를 정확히 보인경우
	D	4단계 중 1단계를 정확히 보인경우
하	E	4단계 중 정확하지 않지만 일부를 보인 경우
	F	어느 단계도 진술하지 못한 경우, 백지인 경우

3-2)번 문항

하위 문항	채점 기준	배점
	(1단계) $f''(2x+\sin x)=\dfrac{6+4\cos x}{2+\cos x}$를 보인다. **(2단계)** $x=\dfrac{\pi}{2}$를 대입하여 $f''(\pi+1)=3$를 구한다. **(3단계)** $h(x)=2x+\sin x$의 치역이 실수 전체의 집합인 것을 보인다. **(4단계)** $f''(2x+\sin x)=\dfrac{6+4\cos x}{2+\cos x}$의 최댓값과 최솟값을 구한다. (미분을 이용할 수도 있고, 치환을 이용할 수도 있음.) **(5단계)** 최솟값은 $m=2$, 최댓값 $M=\dfrac{10}{3}$임을 보인다.	

상	S	(1단계)부터 (5단계)까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력있는 경우
	A	(1단계)부터 (5단계)까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	(1단계)부터 (4단계)까지의 과정을 기술한 경우
	C	(1단계)부터 (3단계)까지의 과정을 기술한 경우
	D	(1단계)부터 (2단계)까지의 과정을 기술한 경우
하	E	위 단계 중 한 가지만 기술한 경우
	F	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우

5. 모범답안(예시답안)

3-1)번 문항

모든 실수 x에 대하여 $f(2x+\sin x) = \int_0^x f'(2t+\sin t)(2+\cos t)\,dt$가 성립하므로

위 식에 $f'(2x+\sin x) = 6x + 4\sin x$를 대입하면

$f(2x+\sin x) = \int_0^x (6t+4\sin t)(2+\cos t)\,dt$이다. 이 적분을 계산하면

$$\begin{aligned} f(2x+\sin x) &= \int_0^x (6t+4\sin t)(2+\cos t)\,dt = \left[6t^2+6t\sin t-2\cos^2 t-2\cos t\right]_0^x \text{이다.} \\ &= 6x^2+6x\sin x-2\cos^2 x-2\cos x+4 \end{aligned}$$

그러므로 $f(2x+\sin x) = 6x^2+6x\sin x-2\cos^2 x-2\cos x+4$에 $x=2\pi$를 대입하면 $f(4\pi)=24\pi^2$이고

$$\int_0^\pi f(2x+\sin x)\,dx = \left[2x^3+3x-6x\cos x+4\sin x-\sin x\cos x\right]_0^\pi = 2\pi^3+9\pi = \pi(2\pi^2+9)$$

이다.

정답: $f(4\pi)=24\pi^2$, $\int_0^\pi f(2x+\sin x)\,dx = 2\pi^3+9\pi = \pi(2\pi^2+9)$

※유의사항:

$f(2x+\sin x) = 6x^2+6x\sin x-2\cos^2 x-2\cos x+4$

대신

$f(2x+\sin x) = 6x^2+6x\sin x+2\sin^2 x-2\cos x+2$,

$f(2x+\sin x) = 6x^2+6x\sin x-\cos 2x-2\cos x+3$,

$f(2x+\sin x) = 6x^2+6x\sin x-\cos^2 x+\sin^2 x-2\cos x+3$로 나타내도 같은 표현임.

3-2)번 문항

$f'(2x+\sin x)=6x+4\sin x$에서 양변을 미분하면

$f''(2x+\sin x)(2+\cos x)=6+4\cos x$이다. 즉, $f''(2x+\sin x)=\dfrac{6+4\cos x}{2+\cos x}$이다.

$x=\dfrac{\pi}{2}$를 대입하면, $f''(\pi+1)=3$이다.

$h(x)=2x+\sin x$라고 하면 $h'(x)=2+\cos x>0$이므로 $h(x)$는 증가하는 연속함수이고 $\lim\limits_{x\to\infty}h(x)=\infty$이고 $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=-\infty$이므로 함수 $h(x)=2x+\sin x$의 치역은 실수 전체의 집합이다.

그러므로 이계도함수 $f''(x)$의 최댓값과 최솟값은 $f''(2x+\sin x)=\dfrac{6+4\cos x}{2+\cos x}$의 최댓값과 최솟값과 각각 같다. $t=\cos x\,(-1\le t\le 1)$로 치환하면

$\dfrac{6+4\cos x}{2+\cos x}=\dfrac{6+4t}{2+t}=4+\dfrac{-2}{2+t}$이고 $\dfrac{6+4t}{2+t}=4+\dfrac{-2}{2+t}$는 $[-1,1]$에서 증가하는 함수이므로 $t=-1$일 때 최솟값 2, $t=1$일 때, 최댓값 $\dfrac{10}{3}$를 갖는다.

정답: $f''(\pi+1)=3$, 최솟값 $m=2$, 최댓값 $M=\dfrac{10}{3}$