동국대학교 2020학년도 수시모집

논술우수자전형 논술고사 문제지(자연계열)

지원학부(과) :

수험번호 : | | | | | | | | 성 명 :

◈ 답안 작성 시 유의 사항 ◈

◇ 각 문제의 답안은 배부된 OMR 답안지에 표시된 문제지 번호에 맞춰 작성하시오.

◇ 각 문제마다 정해진 줄 수(분량)는 띄어쓰기를 포함한 것이며, 정해진 분량에 미달하거나 초과하면 감점 요인이 됩니다.

◇ 답안에 기호나 그래프 등을 써야 할 경우 지정된 문제 별 답안지 크기 범위 내에서 줄에 구애 받지 말고 작성하기 바랍니다.

◇ 답안지의 수험번호, 생년월일은 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하시오.

◇ 답안은 검정색 볼펜으로 작성하시오.(연필 사용 불가)

◇ 답안 수정 시 원고지 교정법 또는 수정테이프를 활용하시오.(지우개 사용 불가)

◇ 답안지 본문과 여백에 성명, 수험번호 등 개인 신상과 관련된 어떤 내용 또는 불필요한 표시를 하면 감점 처리합니다.

동국대학교
dongguk UNIVERSITY

※ **다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.**

【가】 삼각형 ABC에서 각 ∠BAC를 θ라고 할 때, 삼각형의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}\ \overline{\mathrm{AC}}\ \sin\theta$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

【나】 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 가 이루는 각의 크기가 θ일 때, 두 벡터의 내적은

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

【다】 사인함수와 코사인함수는

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

을 만족한다.

－『고등학교 미적분 II』

【라】 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(a_1, a_2)$를 시점으로 하고 점 $\mathrm{B}(b_1, b_2)$를 종점으로 하는 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$를 성분으로 나타내어 보자. 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}, \vec{b}$라고 하면

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}-\vec{a}=(b_1, b_2)-(a_1, a_2)=(b_1-a_1, b_2-a_2)$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

【마】 두 평면 벡터가 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ 일 때, 두 벡터의 내적은

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

[문제1] 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$**으로 만들어진 삼각형** ABC**의 넓이를 제시문 [가]~[마]를 이용하여** $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$**로 나타내시오.**

그리고 이 공식을 이용하여 $\mathrm{A}(1,1)$, $\mathrm{B}(2,2)$, $\mathrm{C}\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$**일 때, 삼각형** ABC**의 넓이를 구하시오.**

<15줄이내> [30점]

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 함수 $y=f(t)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고, $f(t)\geq 0$이라 하자.
닫힌 구간 $[a,b]$에 속하는 x에 대하여 a에서 x까지 곡선 $y=f(t)$와 t축 사이의 넓이를 $S(x)$라 하면,

$$S(x)=\int_a^x f(t)dt$$

이다.

－『고등학교 미적분 Ⅰ』

【나】 x의 증분 Δx는 0에 가깝게 이웃하는 두 x값의 차이를 의미한다. x의 증분 $\Delta x(\Delta x>0)$에 대한 $S(x)$의 증분을 ΔS라 하면,

$$\Delta S=S(x+\Delta x)-S(x)$$

이다.

－『고등학교 미적분 Ⅰ』

【다】 닫힌 구간 $[x,\ x+\Delta x]$에서 함수 $f(t)$가 연속이면 이 구간에서 최댓값 M과 최솟값 m을 가진다.

－『고등학교 미적분 Ⅰ』

[문제2] 제시문을 이용하여, 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이면

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x) \qquad (a<x<b)$$

이 됨을 설명하시오.

<15줄이내> [30점]

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

【가】 주사위나 동전을 던지는 것과 같이 같은 조건에서 여러 번 반복할 수 있고, 그 결과가 우연에 의하여 좌우되는 실험이나 관찰을 시행이라고 한다. 그리고 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 집합을 표본공간이라 하고, 그 부분집합을 사건이라 한다.

－『고등학교 확률과 통계』

【나】 한 개의 주사위를 던지면 1, 2, 3, 4, 5, 6의 눈 중에서 하나가 나오고, 이 6개의 눈 중에서 어떤 눈이 나올 것인가는 우연에 의하여 정해진다. 정육면체 모양의 주사위에서는 각각의 눈이 나올 가능성이 같다고 기대할 수 있으므로, 각 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이라고 할 수 있다.

－『고등학교 확률과 통계』

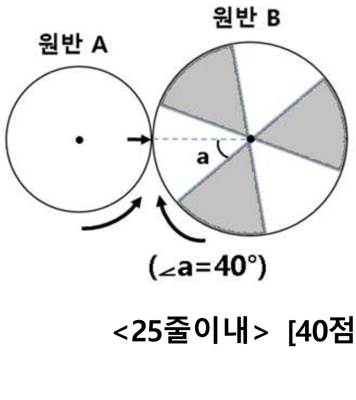
【다】 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 집합 S의 부분집합인 두 사건 A, B에 대하여 A 또는 B가 일어나는 사건은 $A \cup B$로 나타내고, A와 B가 동시에 일어나는 사건은 $A \cap B$로 나타낸다. 특히 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 즉 $A \cap B = \phi$이면 이 두 사건은 서로 배반이라고 하고 $A \cup B$의 확률은 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$이다. 또한, 두 사건 A, B에 대하여 한 사건이 일어나거나 일어나지 않는 것이 다른 사건이 일어날 확률에 영향을 주지 않을 때, 두 사건은 서로 독립이라고 하고 $A \cap B$의 확률은 $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이다.

－『고등학교 확률과 통계』

【라】 한 개의 동전이나 주사위를 여러 번 던질 때와 같이 매회 같은 조건에서 어떤 시행이 반복되면 각 회의 시행은 그 이전의 시행의 결과에 영향을 받지 않는다. 이와 같은 시행을 독립시행이라고 한다.

－『고등학교 확률과 통계』

[문제3] 반지름이 각각 3cm, 4cm인 두 원반 A와 B가 그림과 같이 설치되어 있다. 원반 A와 원반 B는 서로 미끄러지지 않게 맞물려 있고 화살표 방향으로 원반 A를 회전하면 원반 B도 회전한다. 원반 B는 6등분되어 그림과 같이 회색과 흰색으로 색칠되어 있다. 주사위를 2번 던져서 나오는 눈의 합 횟수만큼 그림과 같이 원반 A를 반시계 방향으로 회전시킬 때, 원반 A의 화살표가 원반 B의 회색부분의 호에 맞닿을 확률을 $\mathrm{P}(Q)$라고 하자. 제시문을 참고하여 시행, 표본공간 S, 사건 Q, 확률 $\mathrm{P}(Q)$를 구하시오.



<25줄이내> [40점]

동국대학교 2020학년도 수시모집
논술우수자전형 논술고사 문제 문항카드(자연계열)

[문제 1]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 실기고사 ☐ 필답고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제1	
출제 범위	교육과정 과목명	기하와 벡터, 미적분 II
	핵심개념 및 용어	벡터의 내적, 위치벡터, 삼각함수
예상 소요 시간	25분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

【가】 삼각형 ABC 에서 각 $\angle$BAC 를 θ라고 할 때, 삼각형의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}\,\overline{\mathrm{AC}}\,\sin\theta$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

【나】 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 가 이루는 각의 크기가 θ일 때, 두 벡터의 내적은

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

이다. －『고등학교 기하와 벡터』

【다】 사인함수와 코사인함수는

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

을 만족한다. －『고등학교 미적분 II』

【라】 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(a_1, a_2)$를 시점으로 하고 점 $\mathrm{B}(b_1, b_2)$를 종점으로 하는 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$를 성분으로 나타내어 보자. 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}, \vec{b}$라고 하면

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b} - \vec{a} = (b_1, b_2) - (a_1, a_2) = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

【마】 두 평면 벡터가 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ 일 때, 두 벡터의 내적은

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$$

이다.

－『고등학교 기하와 벡터』

[문제1] 좌표평면 위의 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$**으로 만들어진 삼각형** ABC**의 넓이를 제시문 [가]~[마]를 이용하여** x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3**로 나타내시오.**

그리고 이 공식을 이용하여 $A(1,1)$, $B(2,2)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$**일 때, 삼각형** ABC**의 넓이를 구하시오.**

3. 출제 의도

삼각형의 넓이를 두 벡터의 크기와 내적으로 나타내고, 벡터의 성분을 활용하여 계산할 수 있는지 알아보려 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 【가】	적용 교육과정	기하와 벡터 (나) 평면벡터 ② 평면벡터의 성분과 내적 ② 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (p.96)
	성취기준· 성취수준	기하와 벡터 (나) 평면벡터 ② 평면벡터의 성분과 내적 ② 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 기벡1222. 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (p.48)

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 【나】	적용 교육과정	기하와 벡터 (나) 평면벡터 ② 평면벡터의 성분과 내적 ② 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (p.96)
	성취기준· 성취수준	기하와 벡터 (나) 평면벡터 ② 평면벡터의 성분과 내적 ② 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 기벡1222. 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (p.48)

<table>
<tr><th colspan="2">문항 및 제시문</th><th>관련 성취기준</th></tr>
<tr><td rowspan="2">제시문
【다】</td><td>적용
교육과정</td><td>미적분 II (나) 삼각함수 2 삼각함수의 뜻과 그 성질 ② 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. (p.87)</td></tr>
<tr><td>성취기준·
성취수준</td><td>미적분 II (나) 삼각함수 2 삼각함수의 뜻과 그 성질 ② 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. 미적2212-1. 삼각함수의 뜻을 알고, 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있다. (p.42)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">문항 및 제시문</th><th>관련 성취기준</th></tr>
<tr><td rowspan="2">제시문
【라】</td><td>적용
교육과정</td><td>기하와 벡터 (나) 평면벡터 2 평면벡터의 성분과 내적 ① 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다. (p.96)</td></tr>
<tr><td>성취기준·
성취수준</td><td>기하와 벡터 (나) 평면벡터 2 평면벡터의 성분과 내적 ① 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다. 기벡1221. 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다. (p.48)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">문항 및 제시문</th><th>관련 성취기준</th></tr>
<tr><td rowspan="2">문제 1</td><td>적용
교육과정</td><td>기하와 벡터 (나) 평면벡터 2 평면벡터의 성분과 내적 ② 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (p.96)</td></tr>
<tr><td>성취기준·
성취수준</td><td>기하와 벡터 (나) 평면벡터 2 평면벡터의 성분과 내적 ② 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 기벡1222. 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. (p.48)</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

<table>
<tr><th>참고자료</th><th>도서명</th><th>저자</th><th>발행처</th><th>발행 연도</th><th>쪽수</th></tr>
<tr><td rowspan="5">고등학교
교과서</td><td>기하와 벡터</td><td>우정호 외 24인</td><td>㈜동아출판</td><td>2016</td><td>108</td></tr>
<tr><td>기하와 벡터</td><td>김원경 외 11인</td><td>㈜비상교육</td><td>2017</td><td>80</td></tr>
<tr><td>미적분II</td><td>이강섭 외 14인</td><td>㈜미래엔</td><td>2016</td><td>58</td></tr>
<tr><td>기하와 벡터</td><td>김창동 외 14인</td><td>㈜교학사</td><td>2016</td><td>78</td></tr>
<tr><td>기하와 벡터</td><td>황선욱 외 10인</td><td>㈜좋은책 신사고</td><td>2018</td><td>75</td></tr>
<tr><td>기타</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

5. 문항 해설

제시문 【가】는 삼각형 ABC의 넓이를 두변과 그 끼인각의 $\sin$ 값으로 나타낼 수 있음을 설명하였다.

제시문 【나】는 벡터의 내적을 벡터의 크기와 두 벡터가 이루는 각의 크기의 $\cos$값으로 나타낼 수 있음을 알아보았다.

제시문 【다】는 sin과 cos의 관계로, 삼각형의 넓이를 두 벡터의 크기와 내적으로 나타낼 수 있게 하였다.
제시문 【라】는 벡터를 위치벡터로 표현하고 이를 벡터의 성분으로 나타낼 수 있게 하였다.
제시문 【마】는 벡터의 내적을 벡터의 성분으로 나타낼 수 있게 하였다.

문제1은 제시문을 활용하여 삼각형의 넓이를 두 벡터의 크기와 내적으로 나타내고, 벡터의 성분으로 이용하여 삼각형 ABC의 넓이 S를 구하는 문항이다.

6. 채점 기준

(1단계) 삼각형의 면적을 제시문 【가】를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin(\angle BAC)$$

(2단계) 제시문 【나】와【다】를 이용하여 삼각형의 면적을 두 벡터 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 의 크기와 내적으로 나타낼 수 있다.

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$$

(3단계) 제시문 라)와 마)를 이용하여 벡터 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 를 벡터의 성분을 사용하여 나타낼 수 있다.

$$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1),$$
$$\overrightarrow{AC}=(x_3-x_1,y_3-y_1),$$
$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(x_2-x_1)(x_3-x_1)+(y_2-y_1)(y_3-y_1).$$

(4단계) 삼각형의 면적을 A,B,C 의 성분으로 나타낼 수 있다.

$$S=\frac{1}{2}|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(y_2-y_1)(x_3-x_1)|.$$

(5단계) A$(1,1)$, B$(2,2)$, C$\left(\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$일 때 삼각형 ABC의 면적 $S=1$을 위 식을 이용하여 구할 수 있다.

상	S	(1단계)부터 (5단계)까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력있는 경우
	A	(1단계)부터 (5단계)까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	(1단계)부터 (4단계)까지의 과정을 기술한 경우
	C	(1단계)부터 (3단계)까지의 과정을 기술한 경우
	D	(1단계)부터 (2단계)까지의 과정을 기술한 경우
하	E	위 단계 중 한 가지만 기술한 경우
	F	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우

7. 예시 답안

삼각형의 면적을 제시문 【가】를 이용하여 표현하면

$$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{AB}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|\sin(\angle \mathrm{BAC})$$

이다. 한편 $\angle BAC$의 코사인 값을 제시문 【나】를 이용하여

$$\cos(\angle \mathrm{BAC})=\frac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}||\overrightarrow{\mathrm{AC}}|}$$

로 표현한다. 제시문 【다】를 이용하면 삼각형의 면적은

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}})^2}$$

로 나타낼 수 있다.

제시문 【라】와 【마】를 이용하면

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(x_2-x_1,y_2-y_1),\\&\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(x_3-x_1,y_3-y_1),\\&\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(x_2-x_1)(x_3-x_1)+(y_2-y_1)(y_3-y_1).\end{aligned}$$

마지막으로 삼각형의 면적을 A,B,C의 성분으로 나타내면

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}\sqrt{((x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2)((x_3-x_1)^2+(y_3-y_1)^2)-((x_2-x_1)(x_3-x_1)+(y_2-y_1)(y_3-y_1))^2}\\&=\frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2(y_3-y_1)^2+(y_2-y_1)^2(x_3-x_1)^2-2(x_2-x_1)(x_3-x_1)(y_2-y_1)(y_3-y_1)}\\&=\frac{1}{2}\sqrt{((x_2-x_1)(y_3-y_1)-(y_2-y_1)(x_3-x_1))^2}\\&=\frac{1}{2}|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(y_2-y_1)(x_3-x_1)|.\end{aligned}$$

$\mathrm{A}(1,1)$, $\mathrm{B}(2,2)$, $\mathrm{C}\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$일 때 삼각형 ABC의 면적을 위 식을 이용하여 구하면 $S=1$이다.

[문제 2]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 실기고사 ☐ 필답고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제2	
출제 범위	교육과정 과목명	미적분 Ⅰ
	핵심개념 및 용어	미분과 정적분
예상 소요 시간	25분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

【가】 함수 $y=f(t)$가 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 연속이고, $f(t)\geq 0$이라 하자. 닫힌 구간 $[a, b]$에 속하는 x에 대하여 a에서 x까지 곡선 $y=f(t)$와 t축 사이의 넓이를 $S(x)$라 하면,

$$S(x)=\int_a^x f(t)dt$$

이다.

– 『고등학교 미적분 Ⅰ』

【나】 x의 증분 Δx는 0에 가깝게 이웃하는 두 x값의 차이를 의미한다. x의 증분 $\Delta x(\Delta x>0)$에 대한 $S(x)$의 증분을 ΔS라 하면,

$$\Delta S=S(x+\Delta x)-S(x)$$

이다.

– 『고등학교 미적분 Ⅰ』

【다】 닫힌 구간 $[x,\ x+\Delta x]$에서 함수 $f(t)$가 연속이면 이 구간에서 최댓값 M과 최솟값 m을 가진다.

– 『고등학교 미적분 Ⅰ』

[문제2] 제시문을 이용하여, 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 연속이면

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x) \qquad (a<x<b)$$

동국대학교 dongguk UNIVERSITY

이 됨을 설명하시오.

3. 출제 의도

부정적분을 이용하여 정적분의 계산을 할 수 있게 해 주는 미적분의 기본정리$\left(\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)\right)$를 이해하고, 함수 $y = f(t)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속이면, 함수 $y = f(x)$의 도함수는 $\frac{d}{dx}f(x) = f'(x) = \lim_{\triangle x \to 0} \frac{\triangle y}{\triangle x}$ 를 이해하는지를 평가하려고 출제하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 가), 나), 다)	적용 교육과정	[미적분 Ⅰ] – 라 다항함수의 적분법 – 1) 부정적분 ③ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.
	성취기준·성취수준	미적1423. 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다. 부정적분을 이용하여 정적분의 계산을 할 수 있게 해 주는 미적분의 기본정리 $\left(\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)\right)$는 정적분의 계산에서 필수적이고 역사적으로도 의미가 있는 내용으로 핵심 성취기준으로 선정한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분 Ⅰ	정상권	금성출판사	2016	173~174
	미적분 Ⅰ	우정호	동아출판사	2016	200~201
기타					

5. 문항 해설

닫힌 구간 $[x, x+\triangle x]$에서 함수 $f(t)$가 연속이면 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 가진다. 그 최댓값과 최솟값을 각각 M과 m이라고 하면

$m\Delta x \le \Delta S \le M\Delta x$ 이므로

$m \le \frac{\triangle S}{\triangle x} \le M$ 이다.

함수 $y = f(t)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속이므로

$\triangle x \to 0$이면 $m \to f(x)$, $M \to f(x)$ 이다. 따라서 $f(x) \le \lim_{\triangle x \to 0} \frac{\triangle S}{\triangle x} \le f(x)$이다,

6. 채점 기준

• 1단계 제시문 [가]를 사용하여 $S(x)=\int_a^x f(t)dt$를 기술한다.

• 2단계 제시문 [나]를 이용하여 $\Delta S= S(x+\Delta x)-S(x)$를 기술한다.

• 3단계 제시문 {다}를 이용하여 $m\Delta x \le \Delta S \le M\Delta x$이므로 $m \le \dfrac{\Delta S}{\Delta x} \le M$를 유도한다.

• 4단계 $\triangle x \to 0$이면 $m \to f(x)$, $M \to f(x)$을 활용하여 $f(x) \le \lim_{\triangle x \to 0}\dfrac{\triangle S}{\triangle x} \le f(x)$를 유도한다.

• 5단계 $\dfrac{d}{dx}S(x)=\lim_{\triangle x \to 0}\dfrac{\triangle S}{\triangle x}=f(x)$, $S(x)=\int_a^x f(t)dt$이므로,

$\dfrac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$이 성립함을 보인다.

상	S	[1단계]부터 [5단계]까지를 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우
	A	[1단계]부터 [5단계]까지를 모두 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	[1단계]부터 [4단계]까지의 과정을 기술한 경우
	C	[1단계]부터 [3단계]까지의 과정을 기술한 경우
	D	[1단계]부터 [2단계]까지의 과정을 기술한 경우
하	E	위 단계 중 한 단계만 기술한 경우
	F	어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우

7. 예시 답안

함수 $y=f(t)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(t)\ge 0$일 때, 닫힌 구간 $[a,b]$에 속하는 x에 대하여 a에서 x까지 곡선 $y=f(t)$와 t축 사이의 넓이를 $S(x)$라 하면,

$S(x)=\int_a^x f(t)dt$이다.

이때 x의 증분 $\Delta x(\Delta x>0)$에 대한 $S(x)$의 증분을 ΔS라 하면,

$\Delta S= S(x+\Delta x)-S(x)$

이다.

한편, 닫힌 구간 $[x,\ x+\triangle x]$에서 함수 $f(t)$가 연속이면 이 구간에서 최댓값과

최솟값을 가진다. 그 최댓값과 최솟값을 각각 M과 m이라고 하면

$m\Delta x\le \Delta S\le M\Delta x$

이므로

$m\le \dfrac{\triangle S}{\triangle x}\le M$

이다.

함수 $y=f(t)$가 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 연속이므로

$\triangle x\to 0$이면 $m\to f(x)$, $M\to f(x)$

이다. 따라서 $f(x)\le \lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{\triangle S}{\triangle x}\le f(x)$이고,

함수 $y=f(x)$의 도함수는 $\dfrac{d}{dx}f(x)=f'(x)=\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{\triangle y}{\triangle x}$이다.

따라서 $\dfrac{d}{dx}S(x)=\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{\triangle S}{\triangle x}=f(x)$

이때, $S(x)=\int_a^x f(t)dt$이므로, $\dfrac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x)$이 성립한다.

[문제 3]

1. 일반정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 실기고사 ☐ 필답고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / 문제3	
출제 범위	교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	시행, 표본공간, 사건, 확률, 배반, 독립
예상 소요 시간	40분 / 전체 90분	

2. 문항 및 제시문

【가】 주사위나 동전을 던지는 것과 같이 같은 조건에서 여러 번 반복할 수 있고, 그 결과가 우연에 의하여 좌우되는 실험이나 관찰을 시행이라고 한다. 그리고 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 집합을 표본공간이라 하고, 그 부분집합을 사건이라 한다.

– 『고등학교 확률과 통계』

【나】 한 개의 주사위를 던지면 1, 2, 3, 4, 5, 6의 눈 중에서 하나가 나오고, 이 6개의 눈 중에서 어떤 눈이 나올 것인가는 우연에 의하여 정해진다. 정육면체 모양의 주사위에서는 각각의 눈이 나올 가능성이 같다고 기대할 수 있으므로, 각 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이라고 할 수 있다.

– 『고등학교 확률과 통계』

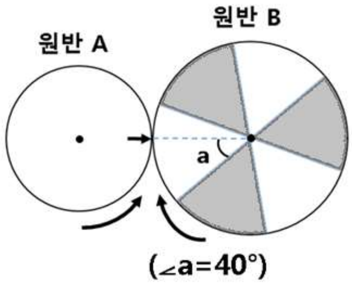
【다】 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 집합 S의 부분집합인 두 사건 A, B에 대하여 A 또는 B가 일어나는 사건은 $A \cup B$로 나타내고, A와 B가 동시에 일어나는 사건은 $A \cap B$로 나타낸다. 특히 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 즉 $A \cap B = \phi$이면 이 두 사건은 서로 배반이라고 하고 $A \cup B$의 확률은 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$이다. 또한, 두 사건 A, B에 대하여 한 사건이 일어나거나 일어나지 않는 것이 다른 사건이 일어날 확률에 영향을 주지 않을 때, 두 사건은 서로 독립이라고 하고 $A \cap B$의 확률은 $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이다.

– 『고등학교 확률과 통계』

【라】 한 개의 동전이나 주사위를 여러 번 던질 때와 같이 매회 같은 조건에서 어떤 시행이 반복되면 각 회의 시행은 그 이전의 시행의 결과에 영향을 받지 않는다. 이와 같은 시행을 독립시행이라고 한다.

– 『고등학교 확률과 통계』

[문제3] 반지름이 각각 3cm, 4cm인 두 원반 A와 B가 그림과 같이 설치되어 있다. 원반 A와 원반 B는 서로 미끄러지지 않게 맞물려 있고 화살표 방향으로 원반 A를 회전하면 원반 B도 회전한다. 원반 B는 6등분되어 그림과 같이 회색과 흰색으로 색칠되어 있다. 주사위를 2번 던져서 나오는 눈의 합 횟수만큼 그림과 같이 정지 상태에서 원반 A를 반시계 방향으로 회전시킬 때, 원반 A의 화살표가 원반 B의 회색부분의 호에 맞닿을 확률을 $\mathrm{P}(Q)$라고 하자. 제시문을 참고하여 시행, 표본공간 S, 사건 Q, 확률 $\mathrm{P}(Q)$를 구하시오.



3. 출제 의도

확률을 정의하기 위해 필요한 개념인 표본공간, 사건, 시행에 대한 이해를 확인하고자 한다. 주어진 상황에서 확률을 계산하기 위해 시행을 정의하고, 이에 따른 표본공간을 표현할 수 있는 능력을 평가하고자 한다. 그리고 표본공간을 바탕으로 특정 관심 사건을 규명하여 확률의 의미를 이해할 수 있는가를 확인하고자 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문		관련 성취기준
문제 3	적용 교육과정	[확률과 통계] - 나. 확률 - 1) 확률의 뜻과 활용 ①통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다. ②확률의 기본 성질을 이해한다. ③확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [확률과 통계] - 나. 확률 - 2) 조건부확률 ②사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	확통1211/1212. 통계적 확률, 수학적 확률의 의미와 확률의 기본 성질을 이해한다. 확통1222-2. 독립시행의 확률을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확통1213. 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확통1222-1. 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 구별할 수 있다.

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 [가]	적용 교육과정	[확률과 통계] - 나. 확률 - 1) 확률의 뜻과 활용 ②확률의 기본 성질을 이해한다.
	성취기준·성취수준	확통1211/1212. 통계적 확률, 수학적 확률의 의미와 확률의 기본 성질을 이해한다

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 [나]	적용 교육과정	[확률과 통계] - 나. 확률 - 1) 확률의 뜻과 활용 ①통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.
	성취기준·성취수준	확통1211/1212. 통계적 확률, 수학적 확률의 의미와 확률의 기본 성질을 이해한다.

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 [다]	적용 교육과정	[확률과 통계] - 나. 확률 - 1) 확률의 뜻과 활용 ③확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [확률과 통계] - 나. 확률 - 2) 조건부확률 ②사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	확통1213. 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확통1222-1. 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 구별할 수 있다.

문항 및 제시문		관련 성취기준
제시문 [라]	적용 교육과정	[확률과 통계] - 나. 확률 - 2) 조건부확률 ②사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
	성취기준·성취수준	확통1222-2. 독립시행의 확률을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	우정호 외	동아출판	2016	96, 98
	확률과 통계	김창동 외	교학사	2016	78, 86, 98
	확률과 통계	정상권 외	금성출판사	2016	105
기타					

5. 문항 해설

1. 확률을 정의하기 위한 개념 확인
   - 시행
   - 표본공간
   - 사건
2. 수학적 확률 활용
   - 주사위 던지기에서 확률 정의
   - 사건의 확률 계산을 위한 배반 개념
   - 독립시행 개념 및 확률

6. 채점 기준

1단계) 시행 정의: 실험의 결과가 우연에 의해 좌우되는 것이 시행이므로 주사위를 2번 던지는 것을 시행으로 정의한다.

2단계) 표본공간 S 표현: 시행의 결과로 가능한 모든 경우을 모은 집합이다. 표현 방식은 다양할 수 있다. 시행결과는 2개의 숫자로 이루어져 있으므로 가령 첫 번째 던져 나온 숫자 i 와 두 번째 던져 나온 숫자 j를 (i,j)로 표현하면 표본공간은 다음과 같이 총 36개의 원소로 이루어진 집합으로 표현할 수 있다.

$$S=\{(1,1),(1,2),(1,3),\ldots,(6,5),(6,6)\}$$

3단계) 사건 Q 확인: 주어진 표본공간을 바탕으로 Q를 정의한다. 원반 A를 1회 회전 시 원반 A의 화살표는 원반 B가 시계방향으로 $\frac{3}{4}$회전한 지점과 맞닿게 된다. 따라서 원반 A를 2회전 시는 원반 B의 1.5회전 지점에, 3회전 시는 2.25회전 지점, 4회전 시 3회전 지점에 원반 A의 화살표가 맞닿게 된다. 원반 B의 회색 호는 1.5회전지점과 2.25회전지점에 해당하므로 2회전과 3회전시 사건 Q에 해당된다. 이 결과는 4회전 이후에 동일한 양상을 보이므로, 결국 원반 A가 2, 3, 6, 7, 10, 11번 회전 시 화살표가 원반 B의 회색 호에 맞닿게 된다. 따라서 사건 Q는 다음과 같다.

$$Q=\{(1,1),(1,2),(2,1),(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1),(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5)\}$$

4단계) 확률 계산: 제시문 [나]에 의해 주사위의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이고, 제시문 [라]에 의해 독립시행이라는 점을 이용하면 표본공간의 각 경우가 발생할 확률은 모두 $\frac{1}{36}$임을 알 수 있다. 따라서 $\mathrm{P}(Q)$는 Q의 19개의 각각의 경우는 서로 배반이고 각각의 확률은 모두 $\frac{1}{36}$이므로 $19\times\frac{1}{36}=\frac{19}{36}$이다.

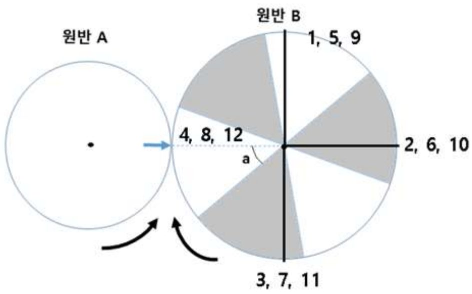
상	S	4단계 모두 완성한 경우
	A	4단계 과정을 모두 기술하였으나, 단순 실수 또는 논증이 매끄럽지 않은 경우
중	B	시행, 표본공간, 사건, 독립, 배반, 확률 6개의 사항 중 5개만 설명이 적절한 경우
	C	시행, 표본공간, 사건, 독립, 배반, 확률 6개의 사항 중 4개만 설명이 적절한 경우
	D	시행, 표본공간, 사건, 독립, 배반, 확률 6개의 사항 중 3개만 설명이 적절한 경우
하	E	시행, 표본공간, 사건, 독립, 배반, 확률 6개의 사항 중 2개만 설명이 적절한 경우
	F	4단계에 대한 설명이 모두 적절하지 않거나, 백지인 경우

7. 예시 답안

(※. 표본공간은 채점 기준에서와 같이 표현하거나 아래 예시 답안과 표현해도 상관없음. 표현방식을 적절히 설명한다는 전제하에 다양하게 표현할 수 있음.)

[예시답안 1]

제시문 (가)에 의하면 시행은 우연에 의하여 좌우되는 실험이므로 주사위를 2번 던지는 것으로 볼 수 있다. 그리고 이에 대응되는 표본공간은 시행을 통해서 우연히 얻게 되는 2개의 숫자들이다. 첫 번째 던져서 얻는 숫자를 십의 자리 두 번째 던져서 얻는 숫자를 일의 자리로 만든 수로 표현하면 표본공간은 S={11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66}이 된다. 그리고 문제에서 얻고자 하는 확률의 사건은 원반 A가 한 바퀴 돌면 원반 B의 $\frac{3}{4}$ 바퀴 위치에 멈추는 것을 고려하면, (아래 그림과 같이) 원반 A가 2, 3, 6, 7, 10, 11번 회전 시 원반 A의 화살이 원반 B의 회색 호에 닿게 된다. 따라서 해당 사건은 Q={11, 12, 21, 15, 24, 33, 42, 51, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 46, 55, 64, 56, 65}이 된다. 주사위를 2번 던지는 것은 독립인 시행이므로 각 표본공간의 원소가 발생할 확률은 모두 $\frac{1}{36}$이고, 제시문 (다)에 의해 각 원소는 서로 배반이므로 구하고자 하는 확률은 $\mathrm{P}(Q)=\frac{19}{36}$가 된다.



[예시답안 2]

제시문 (가)에 의하면 시행은 우연에 의하여 좌우되는 실험이므로 주사위를 2번 던져 나온 눈의 합으로 볼 수 있다. 그리고 이에 대응되는 표본공간은 S={2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}가 된다. 그리고 문제에서 얻고자 하는 확률의 사건은 원반 A가 한 바퀴 돌면 원반 B의 $\frac{3}{4}$ 바퀴 위치에 멈추는 것을 고려하면, 원반 A가 2, 3, 6, 7, 10, 11번 회전 시 원반 A의 화살이 원반 B의 회색 호에 닿게 된다. 따라서 해당 사건은 Q={2,3,6,7,10,11}이 된다.

사건 Q의 확률은 Q의 각 원소가 서로 배반이므로 $\mathrm{P}(Q)=\mathrm{P}(\{2\})+\mathrm{P}(\{3\})+\cdots+\mathrm{P}(\{11\})$이 된다. 그리고 주사위를 2번 던지는 독립인 시행에서 첫 번째 던져 나온 숫자 i 와 두 번째 던

져 나온 숫자 j인 사건을 A_{ij}로 표현하면 $\mathrm{P}(A_{ij})=\frac{1}{36}$이며, A_{ij}들은 서로 배반이므로 각 회전수 별 확률은 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(\{2\})=\mathrm{P}(A_{11})=\frac{1}{36}$$

$$P(\{3\})=P(A_{12}\bigcup A_{21})=P(A_{12})+P(A_{21})=\frac{2}{36}$$

$$P(\{6\})=P(A_{15}\bigcup A_{24}\bigcup A_{33}\bigcup A_{42}\bigcup A_{51})=P(A_{15})+P(A_{24})+P(A_{33})+P(A_{42})+P(A_{51})=\frac{5}{36}$$

$$P(\{7\})=P(A_{16}\bigcup A_{25}\bigcup A_{34}\bigcup A_{43}\bigcup A_{52}\bigcup A_{61})$$

$$=P(A_{16})+P(A_{25})+P(A_{34})+P(A_{43})+P(A_{52})+P(A_{61})=\frac{6}{36}$$

$$P(\{10\})=P(A_{46}\bigcup A_{55}\bigcup A_{64})=P(A_{46})+P(A_{55})+P(A_{64})=\frac{3}{36}$$

$$P(\{11\})=P(A_{56}\bigcup A_{65})=P(A_{56})+P(A_{65})=\frac{2}{36}$$

따라서 $P(Q)=\frac{19}{36}$가 된다.