2024학년도 중앙대학교
수시모집 논술전형

- 자연계열 Ⅱ 문제지 -

대학	학과(학부)	수험 번호	성명

❏ 답안 작성 시 유의 사항

1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 4페이지로 구성되어 있습니다.
2. 연습지가 필요한 경우 문제지의 여백을 이용하시오.
3. 답안지의 수험 번호 표기란에는 반드시 '수정이 불가한' 흑색 필기구로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하시오.
4. 답안지는 한 장만 사용하시오.
5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오.
6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
7. 시험 종료 30분 전부터 답안지 교체는 불가합니다.
8. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 가방에 넣어 바닥에 내려놓으시오. 시험 중 휴대폰(전자기기 포함)이 울리면 부정행위로 간주하고 즉시 퇴실 조치합니다.

※ 수정액, 수정테이프 절대 사용 불가함.

※ 위의 내용을 정확하게 숙지하였음을 확인합니다: 응시자 성명 _____(서명)

CHUNG-ANG UNIVERSITY

[문제 1] 좌표평면의 원점 O에 있는 점 A는 다음과 같은 규칙에 따라 이동한다.

- 주머니에 숫자 2가 적힌 공 1개와 숫자 3이 적힌 공 1개가 들어 있다.
- 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낸 후 그 공에 적힌 숫자를 m이라 하자. 점 A는 $\frac{1}{m}$의 확률로 원점 O와 점 $\mathrm{P}(12,0)$을 이은 선분 OP를 $m:1$로 내분하는 점으로 이동하거나, $1-\frac{1}{m}$의 확률로 선분 OP를 $1:m$으로 외분하는 점으로 이동한다. 이때 이동한 점을 $\mathrm{A}_1(x_1,0)$이라 하고, 꺼낸 공은 다시 집어넣지 않는다.
- 주머니에 남아 있는 공에 적힌 숫자를 n이라 하자. 점 A_1은 $\frac{2}{n}$의 확률로 점 A_1과 점 $\mathrm{Q}(x_1,8)$을 이은 선분 $\mathrm{A}_1\mathrm{Q}$를 $1:n$으로 내분하는 점으로 이동하거나, $1-\frac{2}{n}$의 확률로 선분 $\mathrm{A}_1\mathrm{Q}$를 $n:1$로 외분하는 점으로 이동한다. 이때 이동한 점을 $\mathrm{A}_2(x_1,y_1)$이라 한다.

두 점 $\mathrm{A}_2(x_1,y_1)$, $\mathrm{P}(12,0)$ 사이의 거리가 $|x_1|$보다 작을 확률을 구하시오. **[20점]**

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x) \quad (\text{단, } a<x<b)$$

- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.
- 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 증가하고, $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.
- 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,y)$의 시각 t에서의 위치가 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$로 나타내어질 때, $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는 $s=\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$이다.
- 미분가능한 함수 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a)=\alpha$, $g(b)=\beta$에 대하여 함수 $f(x)$가 α와 β를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))\,g'(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f(t)\,dt$$

[문제 2-1] 닫힌구간 $[-1,5]$에서 함수

$$f(x)=\int_{-1}^x (t^2+5)\left\{1-2\sin\left(\frac{\pi t}{t^2+5}\right)\right\}dt$$

의 최댓값을 구하시오. **[10점]**

[문제 2-2] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표 (x,y)가

$$x=\frac{1}{\sqrt{3}}\cos t, \qquad y=\sqrt{3}\ln\left(1+\frac{\sin^2 t}{8}\right)$$

일 때, 시각 $t=0$에서 $t=\pi$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. **[15점]**

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 좌표평면에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$사이의 거리는 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ 이다.
- 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 갖는다.
- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

[문제 3-1] 수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n=\int_0^{\ln(n+1)}(2e^{2x}-e^x)\,dx$일 때, 다음 식의 값을 구하시오. **[10점]**

$$\sum_{k=1}^{99}\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+1\right)\frac{1}{a_k}$$

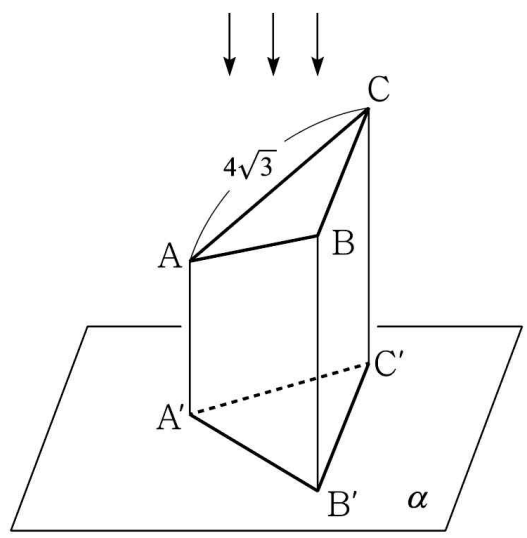
[문제 3-2] 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(5,0)$, $\mathrm{B}(0,5)$, $\mathrm{P}(7\cos\theta, 7\sin\theta)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. (단, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$이다.) **[15점]**

[문제 4] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$이다.
- 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α,β라 하면 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$이고 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$이다.
- 평면 β 위에 있는 도형의 넓이를 S, 이 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S'이라 할 때, 두 평면 α,β가 이루는 각의 크기를 $\theta(0^\circ\le\theta\le 90^\circ)$라 하면 $S'=S\cos\theta$이다.

[문제 4-1] 직선 $y=\sqrt{3}$ 위의 점 $\mathrm{P}(k,\sqrt{3})$에서 타원 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$에 그은 두 접선이 이루는 예각이 45°일 때, k^2의 값을 구하시오. **[15점]**

[문제 4-2] 넓이가 $6\sqrt{3}$이고 $\overline{\mathrm{AC}}=4\sqrt{3}$인 삼각형 ABC가 평면 α와 만나지 않게 놓여 있다. 평면 α에 수직으로 입사하는 빛에 의한 삼각형 ABC의 그림자가 평면 α 위에서 그림과 같이 정삼각형 $\mathrm{A'B'C'}$을 이룬다. $\overline{\mathrm{AA'}}+\overline{\mathrm{CC'}}=2\overline{\mathrm{BB'}}=10$일 때, 삼각형 ABC의 내접원의 그림자의 넓이를 구하시오. **[15점]**



– 끝 –