

2024학년도 중앙대학교 수시모집 논술전형

- 자연계열 I 문제지 -

대학	학과(학부)	수험 번호	성명

□ 답안 작성 시 유의 사항

- 문제지는 표지를 제외하고 모두 4페이지로 구성되어 있습니다.
- 연습지가 필요한 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
- 답안지의 수험 번호 표기란에는 반드시 '수정이 불가능' 흑색 필기구로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
- 답안지는 한 장만 사용하십시오.
- 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
- 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
- 시험 종료 30분 전부터 답안지 교체는 불가합니다.
- 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 가방에 넣어 바닥에 내려놓으십시오. 시험 중 휴대폰(전자기기 포함)이 울리면 부정행위로 간주하고 즉시 퇴실 조치합니다.
※ 수정액, 수정테이프 절대 사용 불가함.

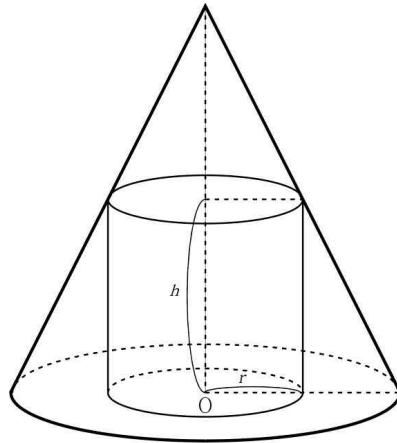
※ 위의 내용을 정확하게 숙지하였음을 확인합니다: 응시자 성명 _____(서명)



CHUNG-ANG UNIVERSITY

[문제 1] 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

- 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 10인 원뿔이 있다.
- 주머니 A에는 1,2,3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 1,2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있다.
- 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낸다. 3의 배수가 아니면 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내고, 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.
- 주머니 A와 B에서 꺼낸 공에 적힌 숫자들의 합을 k 라 하자. 이때 반지름의 길이가 $k-3$ 이고 원뿔에 내접하는 원기둥의 부피를 점수로 한다.
- 다음은 원뿔에 내접하고, 밑면의 반지름의 길이가 r 이고 높이가 h 인 원기둥을 나타낸 것이다.



시행의 결과로 얻은 점수의 기댓값을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- $a > 0, a \neq 1, N > 0$ 일 때, $a^x = N \Leftrightarrow x = \log_a N$ 이다. 그리고 $\log_a N^k = k \log_a N$ 이다. (단, k 는 실수)
- $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$ 일 때, $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ 이다.
- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x \quad (\text{단, } \Delta x = \frac{b-a}{n}, x_k = a + k \Delta x)$$
- $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$ (단, $\tan \alpha \tan \beta \neq -1$)

[문제 2-1] 다음 식의 값을 구하시오. [10점]

$$\sum_{k=2}^9 \left(k \frac{k \ln 2}{\ln k} - 2 \frac{2 \ln k}{\ln 2} \right)$$

[문제 2-2] 좌표평면에서 직선 $x=1$ 위를 움직이는 점 $A(1, y_1)$ 과 x 축 위를 움직이는 점 $B(x_1, 0)$ 의 시각 t 에서의 위치는 두 함수 $x_1 = f(t), y_1 = g(t)$ 로 나타내어질 수 있다. 두 점 $A(1, g(t)), B(f(t), 0)$ 은 시각 $t=0$ 일 때 $(1, 0)$ 에서 출발한 후, $0 < t \leq \frac{\pi}{4}$ 일 때 원점 O 에 대하여 $\angle AOB = t$ 이고 $\angle OAB = \frac{2\pi}{3}$ 를 만족하며 움직인다고 하자. 이때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{\pi k}{6n}\right)$ 를 구하시오. (단, $x_1 \geq 1, y_1 \geq 0$ 이다.) [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는 $S = \int_a^b |f(x)|dx$ 이다.

- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a)=\alpha$, $g(b)=\beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)dt$$

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.

- $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ (단, $\tan \alpha \tan \beta \neq 1$)

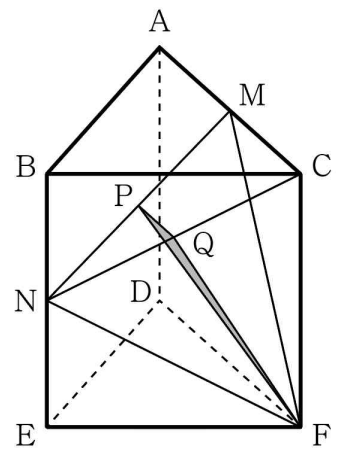
[문제 3-1] $x \geq 0$ 에서 정의된 곡선 $y = \frac{x}{x^2+1} (\{\ln(x^2+1)\}^2 - 6\ln(x^2+1) + 5)$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위에 점 $A(-1,0)$, $B(1,0)$ 이 있다. 구간 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 곡선 $y = \sqrt{x+2}$ 위의 점 P 에 대하여 $\theta = \angle APB$ 라 할 때, $\tan^2 \theta$ 의 최댓값을 구하시오. [15점]

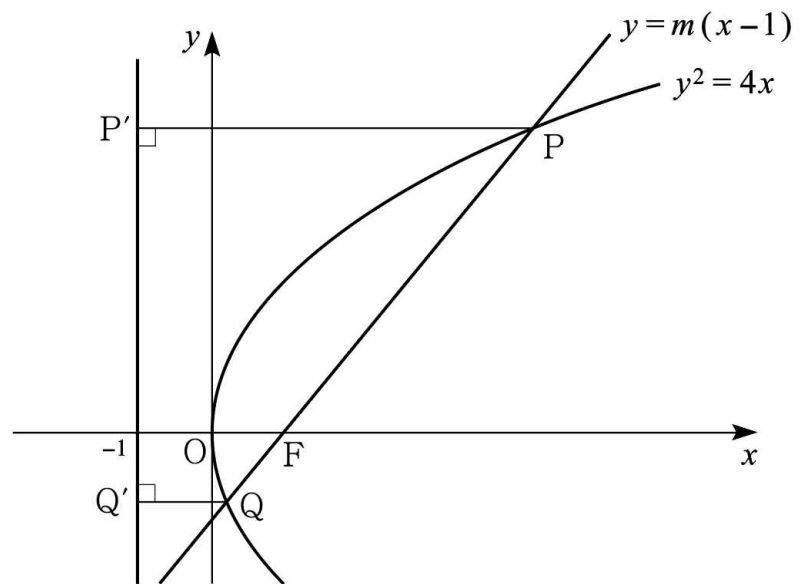
[문제 4] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R 라 하면 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ 이다.
- 삼각형 ABC에서 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 이다.
- 평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 직선 l 이 주어질 때, 점 F와 직선 l 에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다.
- 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 이고 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 이다.

[문제 4-1] 오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 정삼각기둥에서 두 선분 AC, BE의 중점을 각각 M, N이라 하고, 두 선분 MN, CN의 중점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 PFQ의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오. [15점]



[문제 4-2] 아래의 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점 $F(1, 0)$ 을 지나고 $m > 0$ 인 직선 $y = m(x-1)$ 이 서로 다른 두 점 P, Q에서 포물선과 만난다. 두 점 P, Q에서 준선 $x = -1$ 에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이라 하자. 사각형 PP'Q'Q의 둘레의 길이가 40일 때, 이 사각형의 넓이를 구하시오. [15점]



- 끝 -