

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $5^{-\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{5}$ ③ 5 ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ 25

2. 함수 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 (k + 3a_k) = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 1) \\ x^2 - ax + 11 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 2x)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

6. 1보다 큰 두 실수 a , b 가

$$\log_{\sqrt{a}} b = 6, \quad \log_4 a + \log_2 b = 14$$

를 만족시킬 때, $\log_2 \frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + a$ 에 대하여

$$\int_0^2 f(x) dx = \frac{40}{3} + \int_0^{-2} f(x) dx$$

일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

8. $2\cos\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 0$ 이고 $\sin\theta < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?
[3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

9. 양수 t 에 대하여 함수 $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 1$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 점 $(0, 1)$ 을 지나도록 하는 t 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$
- ② 1
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{7}{4}$

10. 양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된

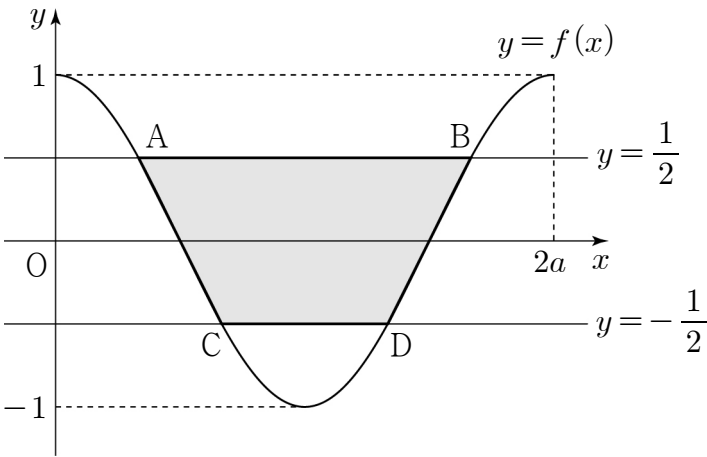
함수 $f(x) = \cos\frac{\pi x}{a}$ 가 있다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 각각 C, D 라 하자.

사각형 ACDB 의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, $a \times \overline{AB}$ 의 값은?

(단, 점 A 의 x 좌표는 점 B 의 x 좌표보다 작고, 점 C 의 x 좌표는 점 D 의 x 좌표보다 작다.) [4점]

- ① 3
- ② $\frac{19}{6}$
- ③ $\frac{10}{3}$
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ $\frac{11}{3}$



11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 t ($t \geq 0$) 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t + k$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————<보 기>————

- ㄱ. $k=0$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 -2 이다.
 ㄴ. $k=2$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는 점 P의 위치의 변화량과 같다.
 ㄷ. $k=-9$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는 34 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

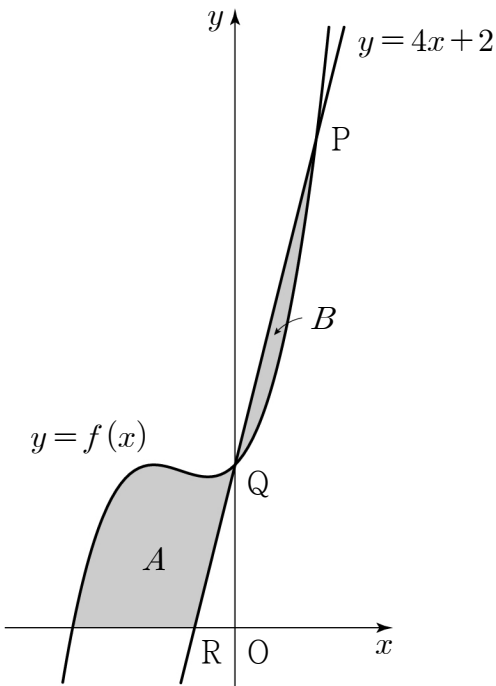
12. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_5 \times (a_6 + a_7) = 20a_{10}, \quad S_4 = 65$$

일 때, a_2 의 값은? [4점]

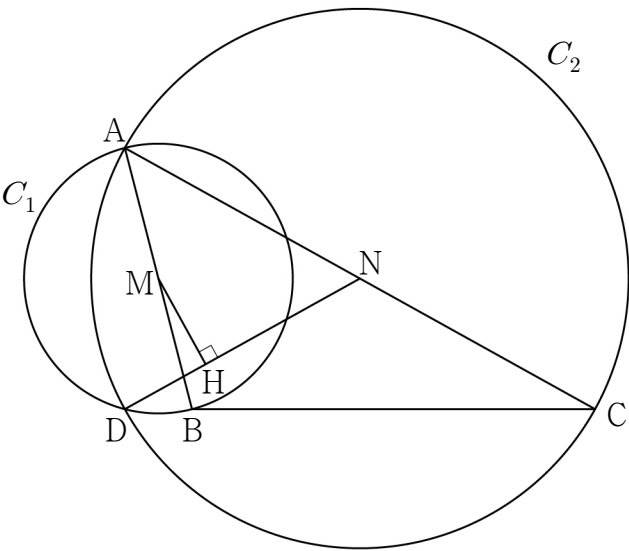
- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

13. 그림과 같이 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$ 에 대하여
곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 4x + 2$ 가 제1사분면에서 만나는
점을 P, y 축 위에서 만나는 점을 Q라 하자.
직선 $y = 4x + 2$ 가 x 축과 만나는 점을 R이라 할 때, 곡선
 $y = f(x)$ 와 x 축 및 선분 RQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 A,
곡선 $y = f(x)$ 와 선분 QP로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라
하자. $A - B$ 의 값은? [4점]



- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 8$, $\angle CBA > \frac{\pi}{2}$ 인
삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{16\sqrt{15}}{15}$ 이다.
선분 AB의 중점을 M, 선분 AC의 중점을 N이라 할 때,
두 점 M, N을 각각 중심으로 하고 점 A를 지나는 두 원
 C_1 , C_2 가 있다. 두 원 C_1 , C_2 가 만나는 점 중 A가 아닌
점을 D라 하고, 점 M에서 선분 DN에 내린 수선의 발을
H라 하자. 선분 MH의 길이는? [4점]



- ① $\frac{5\sqrt{15}}{16}$ ② $\frac{11\sqrt{15}}{32}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{8}$
④ $\frac{3\sqrt{15}}{8}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

15. 두 실수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + b, \quad g(x) = \frac{2}{3}x^3 + ax^2$$

이 있다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = f(x) + |f(x) - g(x)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(x)$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 함수 $h(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극대이고
 $x = \alpha, x = \beta (\alpha < \beta)$ 에서 극소이다.

$h(\alpha) \geq h(\beta)$ 일 때, $a + b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{n} + 4$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여
 $F(0) + F(2) = 14$ 일 때, $F(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 부등식

$$\log_3(x+4) \leq 3 + \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = x^3 - 12x + k$$

의 최댓값이 40일 때, 최솟값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.)
[3점]

20. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} 2(S_n - na_n) & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ (n-1)a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.

다음은 $b_2 = 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{20} b_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이므로
자연수 n 에 대하여 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \dots\dots \textcircled{1}$
(i) $n = 2k - 1$ (k 는 자연수)일 때,
 $\textcircled{1}$ 에 의하여

$$b_{2k-1} = 2 \times \left\{ \frac{(2k-1)(a_1 + a_{2k-1})}{2} - (2k-1)a_{2k-1} \right\}$$

 $= (\boxed{\text{가}}) \times (a_1 - a_{2k-1})$
(ii) $n = 2k$ (k 는 자연수)일 때,
 $b_{2k} = (2k-1)a_{2k}$
(i), (ii)에 의하여

$$b_{2k-1} + b_{2k} = (\boxed{\text{가}}) \times (a_1 - a_{2k-1}) + (2k-1)a_{2k}$$

 $= \boxed{\text{나}} \dots\dots \textcircled{2}$
이다.
 $\textcircled{2}$ 에 의하여

$$\sum_{n=1}^{20} b_n = (b_1 + b_2) + (b_3 + b_4) + \dots + (b_{19} + b_{20})$$

 $= \boxed{\text{다}}$
이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고,
(다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(2) + g(3) + p$ 의 값을
구하시오. [4점]

21. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)(x-4) & \left(a \leq x \leq \frac{3}{2}a\right) \\ (x-a)(x-b) & \left(x < a \text{ 또는 } x > \frac{3}{2}a\right) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $|f(x)| = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow 0+} g(t) = 6$

(나) 함수 $g(t)$ 는 $t = \alpha$, $t = \beta$ ($\alpha \neq \beta$)에서만 불연속이고,
 $\lim_{t \rightarrow \alpha+} g(t) = \lim_{t \rightarrow \beta-} g(t) = 1$ 이다.

$f(0) = p + q\sqrt{2}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

22. 두 자연수 m, n 에 대하여 곡선 $y = 2^{x-m} + n$ 위의

점 $A(a, b)$ ($a < b$)가 제1사분면에 있다.

점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하자.

점 B 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 인 원이

곡선 $y = \log_2(x - n + 1) + m - 7$ 과 만나는 두 점 중

x 좌표가 작은 점을 C 라 할 때, 세 점 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 AC 와 직선 $y = \frac{1}{3}x$ 는 서로 수직이다.

(나) 삼각형 AOB 와 삼각형 ACB 의 넓이의 비는 $27:8$ 이다.

$m + n$ 의 최댓값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x^3 + 2x + 2) = 3 - \sin \pi x$$

를 만족시킬 때, $f'(5)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{10}$ ② $\frac{\pi}{5}$ ③ $\frac{3\pi}{10}$ ④ $\frac{2\pi}{5}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + n^2}{2n^2 + 4} = 2$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{a_n + 3n} - \sqrt{a_n + n}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

26. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = e^x$ 과 두 직선 $y = t$, $y = t + 2$ 가
만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 두 점 P, Q의 x 좌표의

차를 $f(t)$ 라 하자. $\int_{\frac{2}{3}}^2 \frac{f(t)}{t^2} dt$ 의 값은? [3점]

- ① $-1 + 3\ln 2$ ② $-1 + 4\ln 2$ ③ $4\ln 2$
④ $1 + 3\ln 2$ ⑤ $1 + 4\ln 2$

27. 매개변수 $t\left(0 < t < \frac{\pi}{2}\right)$ 로 나타내어진 곡선

$$x = \cos t + t \sin t, \quad y = \sin t - t \cos t$$

에 대하여 $t = k$ 일 때, 곡선 위의 점을 $P(a, b)$ 라 하자.

곡선 위의 점 P 에서의 접선과 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 이루는

예각의 크기를 θ 라 하면 $\tan \theta = \frac{1}{2}$ 이다.

$3a + 4b + \tan k$ 의 값은? (단, k 는 $0 < k < \frac{\pi}{2}$ 인 상수이다.)

[3점]

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{22}{3}$

28. 함수 $f(x) = x - \frac{1}{e^x + 1}$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 와

$x > 0$ 에서 정의된 연속함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^{e^x} f^{-1}(g(t)) dt = (x - 1)e^x + k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여

$\int_{f(0)}^{f(k)} (f^{-1}(x) + g^{-1}(x)) dx$ 의 값은? [4점]

- ① e ② $\frac{3}{2}e$ ③ $2e$ ④ $\frac{5}{2}e$ ⑤ $3e$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고,
수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -a_n & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_{2n} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n b_n < 0$ 이다.

(나) $\left(\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \right)^2 = 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = 63$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. $a > 0$, $b > 0$ 인 두 상수 a , b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$(f(x))^3 + f(x) = \frac{a}{x^2 + 12} - bx - \frac{16}{3}b$$

이다.

(나) 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하고, $f'(k) = 0$ 인 실수 k 가 존재한다.

곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = -bx$ 가 만나는 서로 다른

모든 점의 x 좌표의 합이 $k + 8$ 일 때, $a \times b = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.