

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 2$ 의 값은? [2점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $3A$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 1}{n^3 + 3}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2

수학 영역(A형)

5. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 12$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 24
- ② 36
- ③ 48
- ④ 60
- ⑤ 72

6. $\int_0^1 3x^2 dx$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

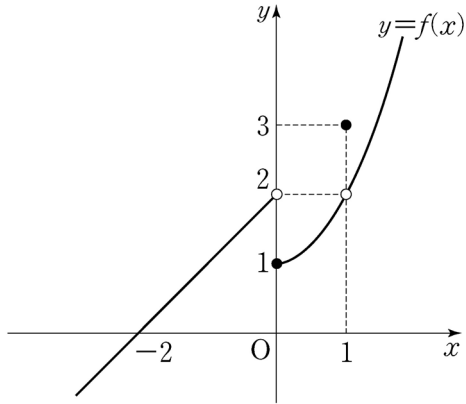
7. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 4P(B) = 1$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{3}{8}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 어느 직업 체험 행사에 참가한 300명의 A 고등학교 1, 2학년 학생 중 남학생과 여학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생
1학년	80	60
2학년	90	70

이 행사에 참가한 A 고등학교 1, 2학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 여학생일 때, 이 학생이 2학년 학생일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{6}{13}$ ② $\frac{7}{13}$ ③ $\frac{8}{13}$ ④ $\frac{9}{13}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

10. 도로용량이 C 인 어느 도로구간의 교통량을 V , 통행시간을 t 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

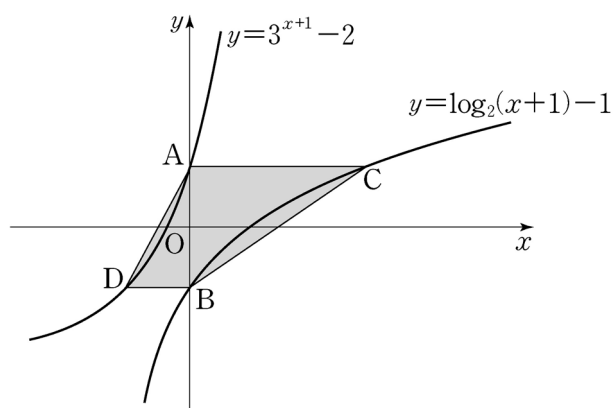
$$\log\left(\frac{t}{t_0}-1\right)=k+4\log\frac{V}{C} \quad (t>t_0)$$

(단, t_0 은 도로 특성 등에 따른 기준통행시간이고, k 는 상수이다.)

이 도로구간의 교통량이 도로용량의 2배일 때 통행시간은 기준통행시간 t_0 의 $\frac{7}{2}$ 배이다. k 의 값은? [3점]

- ① $-4\log 2$ ② $1-7\log 2$ ③ $-3\log 2$
④ $1-6\log 2$ ⑤ $1-5\log 2$

11. 그림과 같이 두 곡선 $y=3^{x+1}-2$, $y=\log_2(x+1)-1$ 이 y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)-1$ 과 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^{x+1}-2$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 ADBC의 넓이는? [3점]



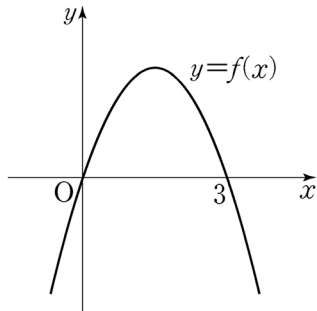
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

12. 자연수 n 에 대하여 $3^n \cdot 5^{n+1}$ 의 모든 양의 약수의 개수를

a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

[13~14] 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같고,
 $f(0)=f(3)=0$ 이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수 m 에 대하여 $f(m)$ 이
 0보다 큰 사건을 A 라 하자. 한 개의 주사위를 15회 던지는
 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때,
 $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{7}{6}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

15. 네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

16. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$\frac{S_{n+1}}{n+1} = \sum_{k=1}^n S_k \quad (n \geq 1) \quad \cdots \cdots (*)$$

이 성립한다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$\frac{S_n}{n} = \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{n} \quad (n \geq 2)$$

이다. $\textcircled{1}$ 으로부터 $S_2 = 2$ 이고,

$$S_n = \frac{S_n}{S_{n-1}} \times \frac{S_{n-1}}{S_{n-2}} \times \cdots \times \frac{S_3}{S_2} \times S_2 \quad (n \geq 3)$$

이므로

$$S_n = n! \times \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 3)$$

이다. 그러므로 a_n 은

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n=1, 2) \\ \frac{n^2-n+1}{2} \times (n-1)! & (n \geq 3) \end{cases}$$

이다.

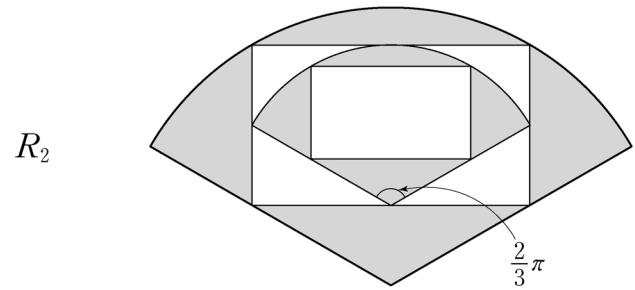
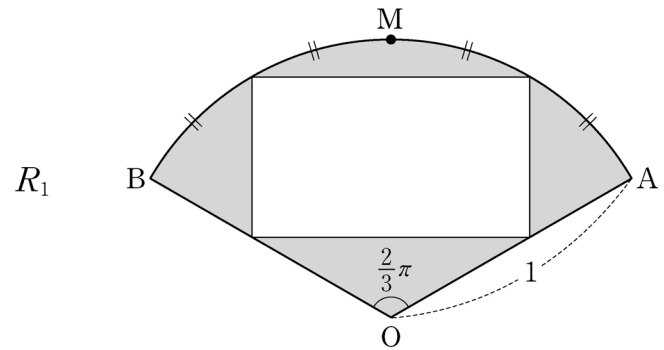
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(4) \times g(20)$ 의 값은? [4점]

- ① 225 ② 250 ③ 275 ④ 300 ⑤ 325

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 모든 극값의 곱이 -4 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18. 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 그림과 같이 호 AB 를 이등분하는 점을 M 이라 하고 호 AM 과 호 MB 를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB 에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ① $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi - \sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi - 3\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

8

수학 영역(A형)

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB+A+B=2E, \quad A^3+E=O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A+E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB=BA$

ㄷ. $A+B=-E$

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 어느 나라에서 작년에 운행된 택시의 연간 주행거리는

모평균이 m 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 나라에서 작년에 운행된 택시 중에서 16대를 임의추출하여 구한 연간

주행거리의 표본평균이 $\bar{x}$ 이고, 이 결과를 이용하여 신뢰도

95%로 추정한 m 에 대한 신뢰구간이 $[\bar{x}-c, \bar{x}+c]$ 이었다.

이 나라에서 작년에 운행된 택시

중에서 임의로 1대를 선택할 때,

이 택시의 연간 주행거리가

$m+c$ 이하일 확률을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한

것은? (단, 주행거리의 단위는

km이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.49	0.1879
0.98	0.3365
1.47	0.4292
1.96	0.4750

- ① 0.6242
- ② 0.6635
- ③ 0.6879
- ④ 0.8365
- ⑤ 0.9292

21. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- (가) $f(0) = -3$
(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3}{x-2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ b \end{pmatrix}$$

의 해가 $x = -1, y = 2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_{10} = 22$ 일 때, $\sum_{k=2}^9 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 + 4x$$

를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(3x+2)(x-3)}{x-3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

27. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P와
직선 $x - y - 10 = 0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선
위의 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
[4점]

28. 자연수 n 에 대하여 점 $(3n, 4n)$ 을 중심으로 하고 y 축에
접하는 원 O_n 이 있다. 원 O_n 위를 움직이는 점과 점 $(0, -1)$
사이의 거리의 최댓값을 a_n , 최솟값을 b_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여

$$P(x \leq X \leq 3) = a(3 - x) \quad (0 \leq x \leq 3)$$

이 성립할 때, $P(0 \leq X < a) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 100$
(나) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$ 과 만나지 않는다.
(다) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 와 적어도 한 점에서 만난다.

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.