

수학영역 나형 정답 및 풀이

01. ③ 02. ① 03. ③ 04. ⑤ 05. ④
 06. ④ 07. ② 08. ② 09. ⑤ 10. ⑤
 11. ① 12. ② 13. ④ 14. ③ 15. ②
 16. ④ 17. ⑤ 18. ③ 19. ① 20. ③
 21. ② 22. 210 23. 4 24. 3 25. 20
 26. 8 27. 25 28. 28 29. 10 30. 200

1. 출제의도 : 지수법칙을 이용하여 지수를 포함한 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 3$$

정답 ③

2. 출제의도 : 집합의 연산을 할 수 있는가?

정답풀이 :

$$A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} \\ = \{1, 3\}$$

따라서 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은 $1+3=4$

정답 ①

3. 출제의도 : 역함수의 성질을 이용하여 함수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(3) = 4 \text{이므로 } f^{-1}(4) = 3$$

정답 ③

4. 출제의도 : 극한을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1} + 1}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 4 \times 3 + \left(\frac{1}{3} \right)^n \right\} \\ = 12 + 0 \\ = 12$$

정답 ⑤

5. 출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$x \rightarrow 0$ 일 때, $f(x) \rightarrow 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

또, $x \rightarrow 1+$ 일 때, $f(x) \rightarrow 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 2$$

따라서

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 0 + 2 = 2$$

정답 ④

6. 출제의도 : 원순열의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

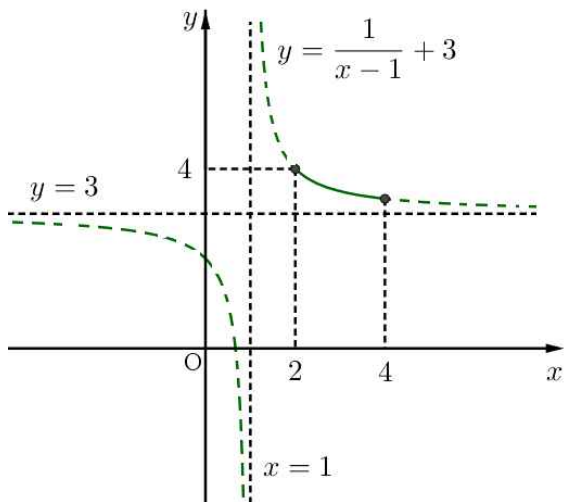
$$(5-1)! = 4! = 24$$

정답 ④

7. 출제의도 : 주어진 구간에서 유리함수의 최댓값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $y = \frac{1}{x-1} + 3$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=3$ 이므로 닫힌 구간 $[2, 4]$ 에서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



달힌 구간 $[2, 4]$ 에서 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 3$ 은 $x=2$ 일 때 최댓값을 갖는다. 따라서 구하는 최댓값은 $y = \frac{1}{2-1} + 3 = 4$

정답 ②

8. 출제의도 : 정적분으로 표현된 함수를 미분할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f'(x) = (x-2)(x-3) \text{이므로}$$

$$f'(4) = (4-2)(4-3) = 2 \times 1 = 2$$

정답 ②

9. 출제의도 : 명제의 참, 거짓을 판별할 수 있는가?

정답풀이 :

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$$P = \{x \mid x \neq -2, x \neq 4, x \text{는 실수}\},$$

$$Q = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$$

① $P \not\subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

② 두 조건 $\sim p, \sim q$ 의 진리집합은 각각 P^C, Q^C 이다. 이때,

$$P^C = \{x \mid x = -2 \text{ 또는 } x = 4\},$$

$$Q^C = \{x \mid x < -2 \text{ 또는 } x > 4\}$$

이므로 $P^C \not\subset Q^C$ 이다.

따라서 명제 $\sim p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.

$$\textcircled{3} Q = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\},$$

$$P^C = \{x \mid x = -2 \text{ 또는 } x = 4\}$$

이므로 $Q \not\subset P^C$ 이다.

따라서 명제 $q \rightarrow \sim p$ 는 거짓이다.

$$\textcircled{4} Q = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\},$$

$$P = \{x \mid x \neq -2, x \neq 4, x \text{는 실수}\}$$

이므로 $Q \not\subset P$ 이다.

따라서 명제 $q \rightarrow p$ 는 거짓이다.

$$\textcircled{5} P^C = \{x \mid x = -2 \text{ 또는 } x = 4\},$$

$$Q = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$$

이므로 $P^C \subset Q$ 이다.

따라서 명제 $\sim p \rightarrow q$ 는 참이다.

정답 ⑤

10. 출제의도 : 조건부확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

임의로 선택한 한 개의 공이 검은색일 사건을 A , 공에 적혀 있는 수가 짝수일 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{9}{14}, P(A \cap B) = \frac{4}{14}$$

이므로

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{4}{14}}{\frac{9}{14}} = \frac{4}{9}$$

정답 ⑤

11. 출제의도 : \sum 의 성질을 이용하여 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$a_n + b_n = 10$$

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) &= \sum_{k=1}^{10} \{(a_k + b_k) + b_k\} \\ &= \sum_{k=1}^{10} (10 + b_k) \\ &= \sum_{k=1}^{10} 10 + \sum_{k=1}^{10} b_k \\ &= 100 + \sum_{k=1}^{10} b_k \end{aligned}$$

이때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 160$ 이므로

$$100 + \sum_{k=1}^{10} b_k = 160$$

따라서

$$\sum_{k=1}^{10} b_k = 60$$

정답 ①

12. 출제의도 : 함수의 극한의 성질을 이용하여 다항함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 (가)에 의하여 다항함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = 2x^2 + ax + b \quad (a, b \text{는 상수})$$

로 놓을 수 있다.

조건 (나)에 의하여 $x \rightarrow 0$ 일 때

(분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 + ax + b) = b = 0$$

이때,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (2x + a) = a = 3$$

이므로

$$f(x) = 2x^2 + 3x$$

따라서

$$f(2) = 2 \times 2^2 + 3 \times 2 = 14$$

정답 ②

13. 출제의도 : 로그의 성질을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$ab = \log_3 5, \quad b - a = \log_2 5$$

이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} - \frac{1}{b} &= \frac{b-a}{ab} = \frac{\log_2 5}{\log_3 5} \\ &= \frac{\log 5}{\log 2} \\ &= \frac{\log 5}{\log 3} \\ &= \log_3 3 \\ &= \log_2 3 \end{aligned}$$

정답 ④

14. 출제의도 : 정규분포를 따르는 확률 변수에서 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

확률변수 X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르므로

$$\begin{aligned} P(m \leq X \leq m+12) - P(X \leq m-12) \\ &= P\left(\frac{m-m}{\sigma} \leq Z \leq \frac{m+12-m}{\sigma}\right) \\ &\quad - P\left(Z \leq \frac{m-12-m}{\sigma}\right) \\ &= P\left(0 \leq Z \leq \frac{12}{\sigma}\right) - P\left(Z \leq \frac{-12}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

$$= P\left(0 \leq Z \leq \frac{12}{\sigma}\right) - P\left(Z \geq \frac{12}{\sigma}\right)$$

$$= 0.3664 \quad \dots \textcircled{7}$$

한편

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{12}{\sigma}\right) + P\left(Z \geq \frac{12}{\sigma}\right) = 0.5 \dots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧에서

$$P\left(0 \leq Z \leq \frac{12}{\sigma}\right) = 0.4332$$

이므로

$$\frac{12}{\sigma} = 1.5$$

따라서

$$\sigma = \frac{12}{1.5} = 8$$

정답 ③

15. 출제의도 : 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

양 끝 모두에는 A가 적힌 카드가 나와야 하므로 A, B, B, C가 적혀 있는 4장의 카드를 A, A가 적혀 있는 2장의 카드 사이에 나열해야 한다. 이때 카드를 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

정답 ②

16. 출제의도 : 중복조합을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 (가)를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$$\begin{aligned} {}_3H_{10} &= {}_{3+10-1}C_{10} \\ &= {}_{12}C_{10} \\ &= {}_{12}C_2 \\ &= \frac{12 \times 11}{2} = 66 \end{aligned}$$

이때, $y+z=0$ 인 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $(10, 0, 0)$ 의 1이고,

$y+z=10$ 인 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$$\begin{aligned} {}_2H_{10} &= {}_{2+10-1}C_{10} \\ &= {}_{11}C_{10} \\ &= {}_{11}C_1 \\ &= 11 \end{aligned}$$

즉, 11이므로

구하고자 하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는

$$66 - 1 - 11 = 54$$

정답 ④

17. 출제의도 : 함수의 연속성의 성질을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$x < 0$ 일 때,

$$g(x) = -f(x) + x^2 + 4$$

$x > 0$ 일 때,

$$g(x) = f(x) - x^2 - 2x - 8$$

한편, 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$$

이다. 이때,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \{-f(x) + x^2 + 4\} \\ &= -f(0) + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \{f(x) - x^2 - 2x - 8\} \\ &= f(0) - 8 \end{aligned}$$

이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) - \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 6 \text{에서}$$

$$\{-f(0) + 4\} - \{f(0) - 8\} = 6$$

따라서

$$f(0) = 3$$

정답 ⑤

18. 출제의도 : 무한히 반복되는 도형에서 규칙을 찾아 넓이의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

반지름의 길이가 2인 원에 내접하는 정삼각형의 높이

$$\overline{A_1D_1} = 2 + 1 = 3$$

이므로 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 3 \text{ 즉, } a = 2\sqrt{3}$$

따라서

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \\ &\quad + \frac{1}{3} \left\{ 4\pi - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{3})^2 \right\} \\ &= \sqrt{3} + \frac{1}{3}(4\pi - 3\sqrt{3}) = \frac{4}{3}\pi \end{aligned}$$

또한, 삼각형 $A_1B_1D_1$ 에 내접하는 원의

반지름의 길이를 r 라 하면

$$\frac{r}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3}$$

$$r = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

따라서 닮음비가

$$2 : \frac{3 - \sqrt{3}}{2} = 1 : \frac{3 - \sqrt{3}}{4}$$

이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\frac{4}{3}\pi}{1 - \left(\frac{3 - \sqrt{3}}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi}{1 - \frac{12 - 6\sqrt{3}}{16}}$$

$$= \frac{32\pi}{9\sqrt{3} + 6}$$

$$= \frac{32(3\sqrt{3} - 2)\pi}{69}$$

정답 ③

19. 출제의도 : 귀납적으로 정의된 수열에서 특정한 항을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$a_1 = a_2 = 1 \text{이고}$$

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2$$

이므로

$$a_3 = (a_2)^2 - (a_1)^2 = 1^2 - 1^2 = 0$$

$$a_4 = (a_3)^2 - (a_2)^2 = 0^2 - 1^2 = -1$$

$$a_5 = (a_4)^2 - (a_3)^2 = (-1)^2 - 0^2 = 1$$

$$a_6 = (a_5)^2 - (a_4)^2 = 1^2 - (-1)^2 = 0$$

$$a_7 = (a_6)^2 - (a_5)^2 = 0^2 - 1^2 = -1$$

⋮

이므로

수열 $\{a_n\}$ 은

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 0, a_4 = -1$$

$$a_{n+3} = a_n (n \geq 2)$$

이다.

한편

$$b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

이므로

$$b_2 = a_1 - b_1 + 1 = 1 - k + 1 = 2 - k$$

$$b_3 = a_2 - b_2 + 2 = 1 - (2 - k) + 2 = 1 + k$$

$$b_4 = a_3 - b_3 + 3 = 0 - (1 + k) + 3 = 2 - k$$

$$b_5 = a_4 - b_4 + 4 = -1 - (2 - k) + 4 = 1 + k$$

$$b_6 = a_5 - b_5 + 5 = 1 - (1 + k) + 5 = 5 - k$$

$$b_7 = a_6 - b_6 + 6 = 0 - (5 - k) + 6 = 1 + k$$

$$b_8 = a_7 - b_7 + 7 = -1 - (1 + k) + 7 = 5 - k$$

$$b_9 = a_8 - b_8 + 8 = 1 - (5 - k) + 8 = 4 + k$$

$$b_{10} = a_9 - b_9 + 9 = 0 - (4 + k) + 9 = 5 - k$$

$$b_{11} = a_{10} - b_{10} + 10 = -1 - (5 - k) + 10 = 4 + k$$

$$b_{12} = a_{11} - b_{11} + 11 = 1 - (4 + k) + 11 = 8 - k$$

$$b_{13} = a_{12} - b_{12} + 12 = 0 - (8 - k) + 12 = 4 + k$$

$$b_{14} = a_{13} - b_{13} + 13 = -1 - (4 + k) + 13 = 8 - k$$

$$b_{15} = a_{14} - b_{14} + 14 = 1 - (8 - k) + 14 = 7 + k$$

$$b_{16} = a_{15} - b_{15} + 15 = 0 - (7 + k) + 15 = 8 - k$$

$$b_{17} = a_{16} - b_{16} + 16 = -1 - (8 - k) + 16 = 7 + k$$

$$b_{18} = a_{17} - b_{17} + 17 = 1 - (7 + k) + 17 = 11 - k$$

$$b_{19} = a_{18} - b_{18} + 18 = 0 - (11 - k) + 18 = 7 + k$$

$$b_{20} = a_{19} - b_{19} + 19 = -1 - (7 + k) + 19 = 11 - k$$

이때, $b_{20} = 14$ 이므로

$$11 - k = 14$$

따라서 $k = -3$

정답 ①

20. 출제의도 : 삼차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 이해하여 명제의 참,

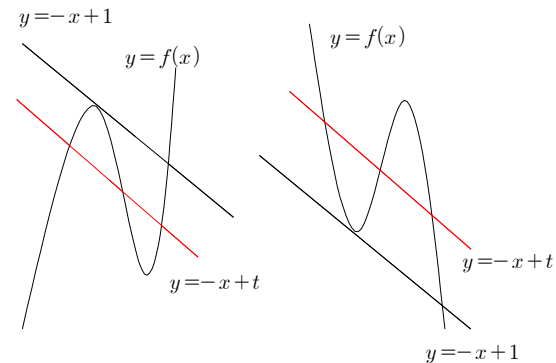
거짓을 판별할 수 있는가?

정답풀이 :

ㄱ. 곡선 $f(x) = x^3$ 과 직선 $y = -x + t$ 는 한 점에서 만나므로 $g(t) = 1$ 이다.

따라서, 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다. (참)

ㄴ. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = -x + 1$ 의 교점의 개수가 2개인 경우는 다음 그림과 같은 경우이다.



따라서 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = -x + t$ 가 세 점에서 만나도록 하는 실수 t 가 존재한다. (참)

$$\text{ㄷ. } f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

($a > 0$, b , c , d 는 상수)라 하자.

함수 $g(t)$ 가 상수함수이면 방정식

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = -x + t$$

의 실근이 1개가 존재해야 한다.

즉, 방정식 $ax^3 + bx^2 + (c+1)x + d = t$ 에서 함수 $y = ax^3 + bx^2 + (c+1)x + d$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 단 한 점에서 만나야 한다.

즉, 함수 $y = ax^3 + bx^2 + (c+1)x + d$ 가 극값이 존재하지 않아야 하므로

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c + 1$$

에서 방정식 $3ax^2 + 2bx + c + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면

$$\frac{D_1}{4} = b^2 - 3a(c+1) = b^2 - 3ac - 3a \leq 0$$

이다.

한편, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 에서

방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면

$$\frac{D_2}{4} = b^2 - 3ac$$

그런데, $a = 2, b = 3, c = 1$ 이면

$$\frac{D_1}{4} = 3^2 - 3 \times 2 \times 1 - 3 \times 2 = -3 \leq 0$$

을 만족시키지만

$$\frac{D_2}{4} = b^2 - 3ac = 3^2 - 3 \times 2 \times 1 = 3 > 0$$

이므로 함수 $f(x)$ 는 극값을 갖는다.

(거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

정답 ③

21. 출제의도 : 합성함수와 역함수의 성질을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

합성함수 $g \circ f$ 가 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 가지려면

$$g(-3) = 1, g(3) = -1$$

이므로

$$f(-1) = 1, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3, f(1) = 3$$

이어야 한다.

$$f(-1) = -b = 1 \text{에서}$$

$$b = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} bx = b = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x+a) = -1+a = -3$$

에서

$$a = -2$$

$$f(1) = 1+c = 3 \text{에서}$$

$$c = 2$$

따라서

$$a+b+2c = -2+(-1)+2 \times 2 = 1$$

정답 ②

22. 출제의도 : 순열의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$${}_7P_3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

정답 210

23. 출제의도 : 다항함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = 3x^2 - 2x \text{에서}$$

$$f'(x) = 6x - 2$$

따라서

$$f'(1) = 6 \times 1 - 2 = 4$$

정답 4

24. 출제의도 : 무리함수의 그래프를 평행이동할 수 있는가?

정답풀이 :

$y = 2\sqrt{x+k}$ 의 그래프가 점 (1, 5)를 지나므로

$$5 = 2\sqrt{1+k}$$

따라서

$$k = 3$$

정답 3

25. 출제의도 : 등차수열의 일반항을 이용하여 특정한 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항과 공차가 같으므로 첫째항과 공차를 모두 a 라 하자.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은

$$a_n = a + (n-1)a = an$$

이다.

이때, $a_2 + a_4 = 24$ 에서

$$2a + 4a = 24$$

$$a = 4$$

따라서 $a_n = 4n$ 이므로

$$a_5 = 4 \times 5 = 20$$

정답 20

26. 출제의도 : 곡선과 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$y = 6x(x-2)$ 이므로 구하고자 하는 넓이는

$$\int_0^2 (-6x^2 + 12x) dx$$

$$= \left[-2x^3 + 6x^2 \right]_0^2$$

$$= -16 + 24$$

$$= 8$$

정답 8

27. 출제의도 : 표본평균에 대한 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$E(\bar{X}) = 8, V(\bar{X}) = \frac{(1.2)^2}{n}$$

이므로 확률변수 \bar{X} 는 정규분포

$$N\left(8, \left(\frac{1.2}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

을 따르고, $Z = \frac{\bar{X} - 8}{\frac{1.2}{\sqrt{n}}}$ 로 놓으면 확률변수

Z 는 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

이때,

$$P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24)$$

$$= P\left(\frac{7.76 - 8}{\frac{1.2}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{8.24 - 8}{\frac{1.2}{\sqrt{n}}}\right)$$

$$= P\left(-\frac{\sqrt{n}}{5} \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right)$$

$$= 2P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right)$$

이므로

$$P(7.76 \leq \bar{X} \leq 8.24) \geq 0.6826$$
에서

$$2P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right) \geq 0.6826$$

$$\text{즉, } P\left(0 \leq Z \leq \frac{\sqrt{n}}{5}\right) \geq 0.3413$$

한편

$$P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$$

이므로

$$\frac{\sqrt{n}}{5} \geq 1, \text{ 즉 } n \geq 25 \text{ 이어야 한다.}$$

따라서 구하는 n 의 최솟값은 25이다.

정답 25

28. 출제의도 : 이산확률변수에서 기댓값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$E(X) = \sum_{k=1}^5 kP(X=k) = 4$$

$$\begin{aligned} E(Y) &= \sum_{k=1}^5 kP(Y=k) \\ &= \sum_{k=1}^5 k \left\{ \frac{1}{2}P(X=k) + \frac{1}{10} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^5 kP(X=k) + \frac{1}{10} \sum_{k=1}^5 k \\ &= \frac{1}{2} \times 4 + \frac{1}{10} \times \frac{5 \times 6}{2} \\ &= 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{7}{2}$ 이므로

$$8a = 8 \times \frac{7}{2} = 28$$

정답 28

29. 출제의도 : 다항함수의 극대, 극소의 성질을 이용하여 함수를 구한 후, 미분계수의 값을 구할 수 있는가?

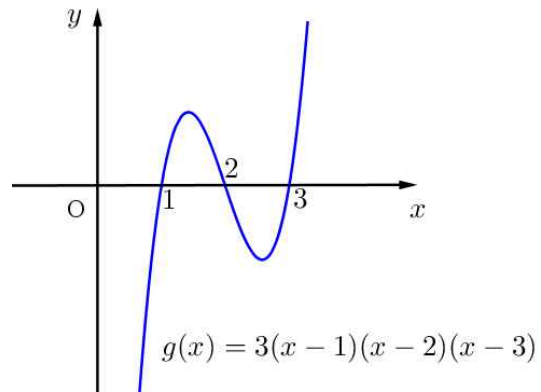
정답풀이 :

$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$ 에서 삼차함수 $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 3이고, 함수 $f(x)g(x)$ 의 최고차항의 계수가 1이므로 삼차함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

(i) 다항식 $g(x)$ 가 서로 다른 세 개의 일차식을 인수로 가질 때,

$$g(x) = 3(x-1)(x-2)(x-3)$$

이므로 함수 $g(x) = 3(x-1)(x-2)(x-3)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



이때, 함수 $g(x) = 3(x-1)(x-2)(x-3)$ 은 $x=2$ 에서 극값을 갖지 않으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

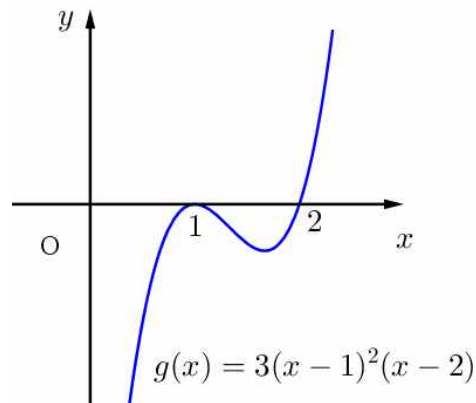
(ii) 다항식 $g(x)$ 가 $(x-1)^2$ 을 인수로 가질 때,

$$g(x) = 3(x-1)^2(x-2)$$

$$\text{또는 } g(x) = 3(x-1)^2(x-3)$$

이다.

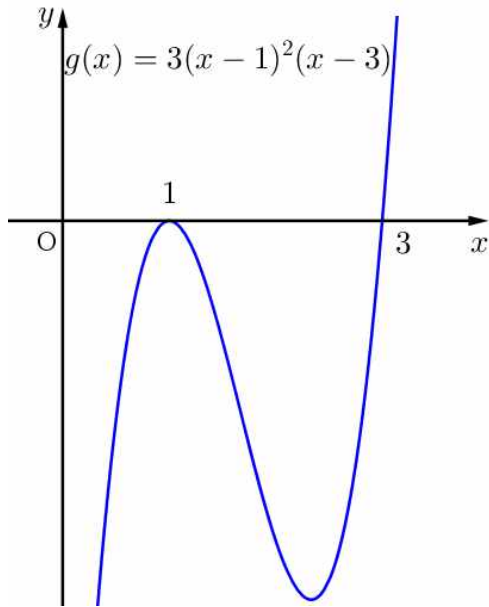
함수 $g(x) = 3(x-1)^2(x-2)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



이때, 함수 $g(x) = 3(x-1)^2(x-2)$ 는 $x=2$ 에서 극값을 갖지 않으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

또, 함수 $g(x) = 3(x-1)^2(x-3)$ 의 그래

프의 개형은 다음과 같다.



$$g'(x) = 6(x-1)(x-3) + 3(x-1)^2$$

$$= 3(x-1)(3x-7)$$

$g'(x) = 0$ 에서

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{7}{3}$$

함수 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극댓값을 갖고,

$x = \frac{7}{3}$ 에서 극솟값을 갖는다.

따라서 함수 $g(x) = 3(x-1)^2(x-3)$ 은 $x = 2$ 에서 극값을 갖지 않으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) 다항식 $g(x)$ 가 $(x-2)^2$ 을 인수로 가질 때,

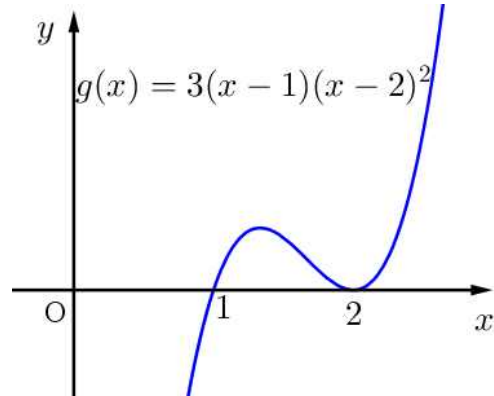
$$g(x) = 3(x-1)(x-2)^2$$

또는

$$g(x) = 3(x-1)(x-3)^2$$

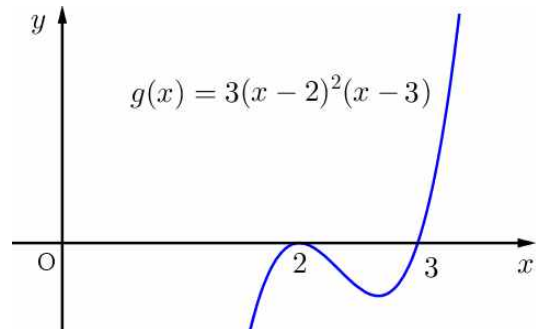
이다.

함수 $g(x) = 3(x-1)(x-2)^2$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



함수 $g(x) = 3(x-1)(x-2)^2$ 은 $x = 2$ 에서 극솟값을 가지므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

한편, 함수 $g(x) = 3(x-2)^2(x-3)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



함수 $g(x) = 3(x-2)^2(x-3)$ 은 $x = 2$ 에서 극댓값을 가지므로 주어진 조건을 만족시킨다.

(iv) 다항식 $g(x)$ 가 $(x-3)^2$ 을 인수로 가질 때,

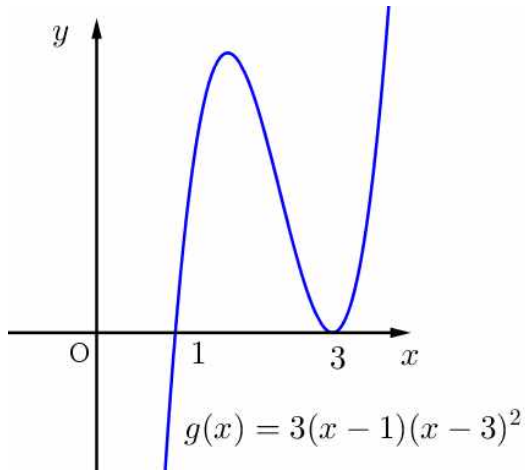
$$g(x) = 3(x-1)(x-3)^2$$

또는

$$g(x) = 3(x-2)(x-3)^2$$

이다.

함수 $g(x) = 3(x-1)(x-3)^2$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$$g'(x) = 3(x-3)^2 + 6(x-1)(x-3)$$

$$= 3(x-3)(3x-5)$$

$$g'(x) = 0 \text{에서}$$

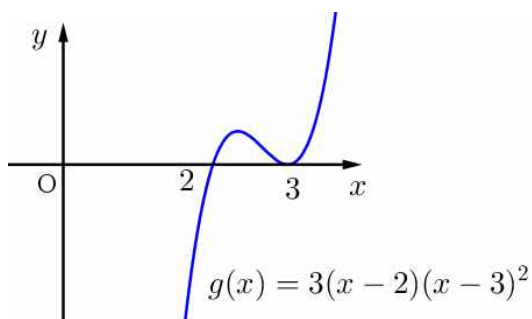
$$x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{5}{3}$ 에서 극댓값을 갖고,

$x = 3$ 에서 극솟값을 갖는다.

따라서 함수 $g(x) = 3(x-1)(x-3)^2$ 은 $x = 2$ 에서 극값을 갖지 않으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

또, 함수 $g(x) = 3(x-2)(x-3)^2$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



이때, 함수 $g(x) = 3(x-2)(x-3)^2$ 은 $x = 2$ 에서 극값을 갖지 않으므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(i)~(iv)에서

$$g(x) = 3(x-2)^2(x-3) \text{이므로}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^2(x-3) \text{이다.}$$

이때,

$$f'(x) = \frac{1}{3}\{2(x-1)(x-3) + (x-1)^2\}$$

$$= \frac{1}{3}(x-1)(3x-7)$$

이므로

$$f'(0) = \frac{1}{3} \times (-1) \times (-7) = \frac{7}{3}$$

따라서 $p = 3, q = 7$ 이므로

$$p + q = 10$$

정답 10

30. 출제의도 : 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이가 최소가 될 조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x-a) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ x-a & (x > a) \end{cases}$$

$$f(x-b) = \begin{cases} 0 & (x \leq b) \\ x-b & (x > b) \end{cases}$$

$$f(x-2) = \begin{cases} 0 & (x \leq 2) \\ x-2 & (x > 2) \end{cases}$$

이므로 $0 \leq x \leq 2$ 에서

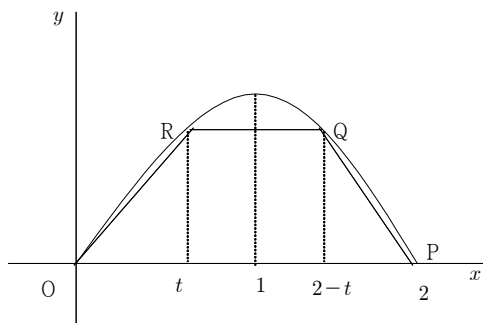
$$h(x) = \begin{cases} kx & (0 \leq x \leq a) \\ ak & (a < x \leq b) \\ k(-x+a+b) & (b < x \leq 2) \end{cases}$$

따라서 모든 실수 x 에 대하여

$$0 \leq h(x) \leq g(x) \text{ 이고}$$

$$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx \text{의 값이 최소가 되기}$$

위해서는 두 함수 $y = g(x), y = h(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.



따라서 $R(t, t(2-t))$ (단, $0 < t < 1$)이라 하면

$Q(2-t, t(2-t))$ 이고

사다리꼴 OPQR의 넓이 $S(t)$ 가 최대가 되어야 하므로

$$S(t) = \frac{1}{2} \times \{2 + (2-2t)\} \times t(2-t)$$

$$= t^3 - 4t^2 + 4t$$

$$S'(t) = 3t^2 - 8t + 4 = (3t-2)(t-2)$$

따라서 $S(t)$ 는 $t = \frac{2}{3}$ 에서 극대이면서

최댓값을 가지고 그때

$$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx$$

의 값은 최솟값을 가지므로

$$k = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{4}{3}, \quad a = \frac{2}{3}, \quad b = \frac{4}{3}$$

따라서

$$60(k+a+b) = 60 \times \frac{10}{3} = 200$$

정답 200

■ 9월 모평 이후 스타강사의 30일 마무리 전략!

심주석 선생님이 꼭 잡아주는 30시간 완성 프로젝트!

심주석의 파이널 프리포즈 수학

"수학의 개념은 모두 정리했어, 이제 남은 건 쉽잖아 연습! 연습해서 남 주는 거 아니잖아?"

수학을 정복하려 왔다! 수학의 정복자 심주석 선생님!

- 이름만 들어도 믿음어 가는 EBS 실력파 심주석 선생님!
- 수능 수학 최종검정인 심주석과 함께하라!
- 문제를 푸는 기만에 자칫스런게 학습내용을 이해하고 익힌다!

**누군가에도 들을수 없는
핵심내용이 담긴 30일 수학 필수강의!**



■ 9월 모의평가 이후 내가 필요한 강좌만 골라 듣는다!

9월 모의평가 이후가 **골든타임**이다!

9모After특강

9월 모평으로 나의 위치와 실력을 최종 점검했다면, 이제는 수능이다!

■ 고철의 문항으로 마지막 실전 능력을 폭발시켜라!

**모든 개념을 총 동원하여
실전 감각을 폭발시켜라!**

FINAL 실전모의고사

2018학년도 수능은 EBSi와 함께!! 수험생 여러분을 응원합니다!