



5.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^3+6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2x^2-5x}$  를 만족하는 모든  $x$ 의 값들의 곱은?

[2점]

- ① -6
- ② -4
- ③ -2
- ④ 2
- ⑤ 4

6. 함수  $f(x) = a^x - a^{-x}$  ( $a \neq 1, a > 0$ )에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

- ㄱ.  $f(0) = 0$
- ㄴ.  $f(-x) = f(x)$
- ㄷ.  $f(3x) = \{f(x)\}^3 + 3f(x)$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7.  $x, y$ 에 대한 연립일차방정식  $\begin{cases} ax+by=s \\ cx+dy=t \end{cases}$  와  $s, t$ 에 대한 연

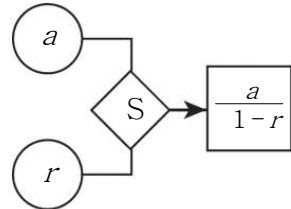
립일차방정식  $\begin{cases} es+ft=3 \\ gs+ht=2 \end{cases}$  가 있다. 행렬  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이

$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$ 일 때,  $x+y$ 의 값은? [3점]

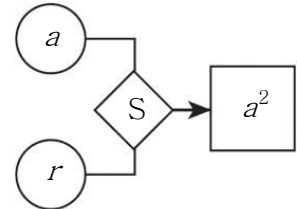
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

8. 두 실수  $a, r$ 에 대하여 무한등비급수  $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ 이 수렴하면

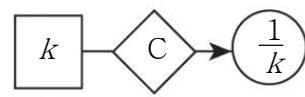
[그림1],  $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ 이 발산하면 [그림2]와 같이 나타내고, 0이 아닌 실수  $k$ 에 대하여  $|k| \leq 1$ 인 경우 [그림3],  $|k| > 1$ 인 경우에는 [그림4]와 같이 나타내기로 한다.



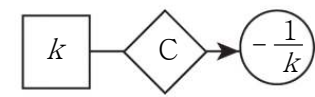
[그림1]



[그림2]

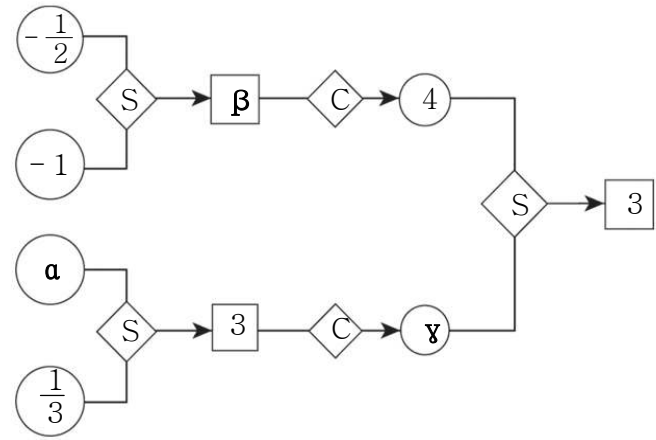


[그림3]



[그림4]

아래 그림의  $a, \beta, \gamma$ 에 대하여  $a + \beta + \gamma$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{23}{12}$
- ②  $\frac{25}{12}$
- ③  $\frac{9}{4}$
- ④  $\frac{29}{12}$
- ⑤  $\frac{31}{12}$

9. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = n^2 - 4n$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 + 2n^2 - 1}{a_n + n^2 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

10. 우리나라에서 7명의 외교관을 2명, 2명, 3명으로 나누어 A, B, C 세 나라에 파견하기로 하였다. 파견 가능한 방법의 수는? [3점]

- ① 105
- ② 210
- ③ 420
- ④ 630
- ⑤ 1260

11. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \square \frac{a^n + b^n}{2}$ 이 성립함을 증명한 것이다. (단,  $a, b$ 는 양수이다.)

<증명>

(i)  $n=1$ 일 때,

$$\frac{a+b}{2} - \frac{a+b}{2} = 0 \text{ 이므로 주어진 식은 성립한다.}$$

(ii)  $n=k$ 일 때, 주어진 식이 성립한다고 가정하면

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^k \square \frac{a^k + b^k}{2} \quad \square \text{㉠이 성립한다.}$$

㉠의 양변에  $\square$  (가) 를 곱하면

$$\begin{aligned} \left(\frac{a+b}{2}\right)^{k+1} \square \left(\frac{a^k + b^k}{2}\right) \times \square \text{ (가)} \\ = \frac{a^{k+1} + b^{k+1} + ab^k + a^k b}{4} \end{aligned}$$

이 때,

$$\begin{aligned} a^{k+1} + b^{k+1} - ab^k - a^k b &= a^k(a-b) - b^k(a-b) \\ &= (a-b)(a^k - b^k) \quad \square \text{ (나)} \square 0 \end{aligned}$$

이므로,

$$\begin{aligned} \left(\frac{a+b}{2}\right)^{k+1} \square \frac{a^{k+1} + b^{k+1} + ab^k + a^k b}{4} \\ \square \frac{a^{k+1} + b^{k+1}}{2} \end{aligned}$$

즉,  $n=k+1$ 일 때, 주어진 식이 성립한다.

따라서, (i), (ii)에 의하여

모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	$\frac{a+b}{2}$	<
②	$\frac{a-b}{2}$	□
③	$\frac{a+b}{2}$	□
④	$\frac{a-b}{2}$	□
⑤	$\frac{a+b}{2}$	□

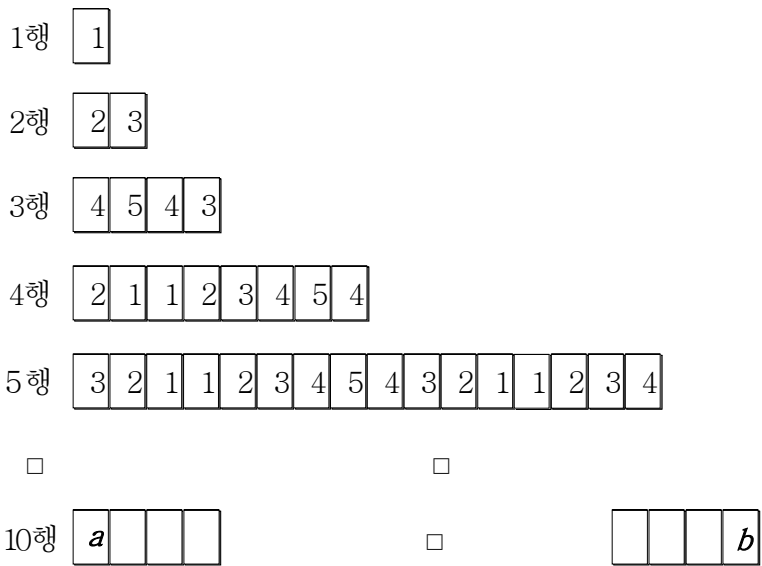
12. 거듭제곱근에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[7]{5}$   
 ㄴ.  $[\sqrt[3]{1}] + [\sqrt[3]{2}] + [\sqrt[3]{3}] + \dots + [\sqrt[3]{36}] = 75$   
 ㄷ.  $[\sqrt{a}] + [\sqrt{10-a}] = [\sqrt{10}]$  을 만족하는 자연수  $a$ 는 5개이다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 1부터 5까지의 숫자가 적혀있는 카드를 그림과 같이 규칙적으로 배열하였다.



이 때,  $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

14. 양의 실수  $x$ 를  $x = n + a$  ( $n$ 은 정수,  $0 \leq a < 1$ )로 나타낼 수 있다.  $a, n, x$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $x$ 의 값을 구하는 과정이다.

$a, n, x$ 가 등비수열이므로

$$\frac{a}{n} = \text{□ (가)}$$

한편,  $n \neq 0, a \neq 0$ 이므로

$$1 \leq n < \frac{n}{a} = \frac{1}{\text{□ (가)}} = \frac{n+a}{n}$$

$$= 1 + \text{□ (나)} < 2$$

$\therefore n = 1$

따라서,  $n = 1$ 을  $\frac{a}{n} = \text{□ (가)}$ 에 대입하여  $x$ 의 값을 구하면  $x = \text{□ (다)}$ 이다.

위에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- |   | (가)           | (나)           | (다)                    |
|---|---------------|---------------|------------------------|
| ① | $\frac{x}{a}$ | $\frac{a}{n}$ | $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ |
| ② | $\frac{x}{a}$ | $\frac{n}{a}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ③ | $\frac{n}{x}$ | $\frac{a}{n}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ④ | $\frac{n}{x}$ | $\frac{n}{a}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ⑤ | $\frac{n}{x}$ | $\frac{a}{n}$ | $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ |

15. CLASSIC의 7개 영문자를 일렬로 배열할 때, 영문자 A와 L이 이웃하게 배열되는 경우의 수는? [4점]

- ① 180
- ② 240
- ③ 300
- ④ 360
- ⑤ 420

16. 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  이면  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴한다.

ㄴ.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  이다.

ㄷ.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 이 수렴하면  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$  이다.

ㄹ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 이 모두 수렴하면  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 도 수렴한다.  
(단,  $b_n \neq 0$ )

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄱ, ㄷ
- ③ ㄴ, ㄹ
- ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
- ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

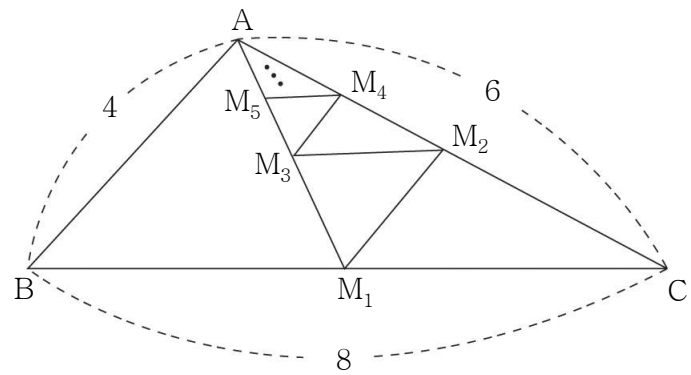
17. 집합  $A = \{1, 2, 2^2, \square, 2^9\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 중에서 모든 원소들의 합이 3의 배수인 부분집합의 개수는? [4점]

- ① 280
- ② 341
- ③ 460
- ④ 521
- ⑤ 682

18. 그림과 같이  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{BC} = 8$ ,  $\overline{CA} = 6$ 인  $\triangle ABC$ 가 있다.

- 선분 BC의 중점을  $M_1$ ,
- 선분 AC의 중점을  $M_2$ ,
- 선분  $AM_1$ 의 중점을  $M_3$ ,
- 선분  $AM_2$ 의 중점을  $M_4$ ,
- 선분  $AM_3$ 의 중점을  $M_5$ ,
- 
- 선분  $AM_n$ 의 중점을  $M_{n+2}$ ,
- 

이러 할 때,  $\overline{AM_1} + \overline{M_1M_2} + \overline{M_2M_3} + \overline{M_3M_4} + \square$ 의 값은? [4점]



- ①  $4 + 2\sqrt{3}$
- ②  $6 + 2\sqrt{2}$
- ③  $6 + \sqrt{10}$
- ④  $8 + 2\sqrt{2}$
- ⑤  $8 + \sqrt{10}$

19. 갑은 암호장치를 이용하여 4개의 알파벳으로 이루어진 단어를 암호화된 행렬로 바꾸려고 한다. 암호장치는 3단계로 되어 있으며 그 과정은 다음과 같다.

[1단계] 4개의 알파벳을 코드표를 이용하여 순서대로 코드번호  $a_1, a_2, a_3, a_4$ 를 얻는다.

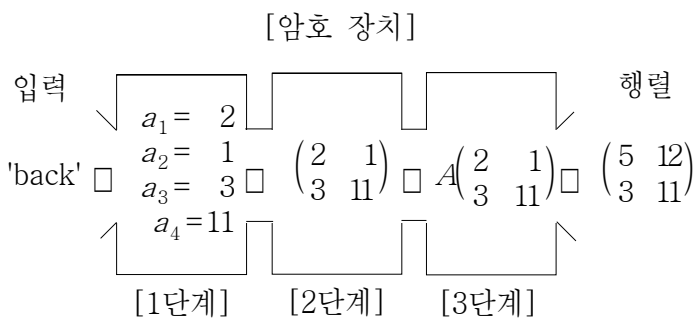
[2단계] 코드번호  $a_1, a_2, a_3, a_4$ 를 행렬  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$ 로 만든다.

[3단계] 만들어진 행렬을 암호키인 이차정사각행렬  $A$ 의 오른쪽에 곱하여 암호화된 행렬을 얻는다.

[코드표]

알파벳	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
코드번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
알파벳	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
코드번호	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

그림은 'back'이 암호장치를 통하여 암호화된 행렬  $\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$ 로 바뀐 것이다.



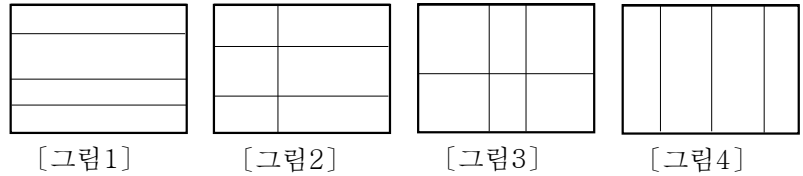
이 때, 갑이 4개의 알파벳으로 이루어진 단어로 암호장치를 통하여 암호화된 행렬  $\begin{pmatrix} 15 & 17 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ 를 얻었다면, 갑이 입력한 단어는? [4점]

- ① code
- ② high
- ③ math
- ④ note
- ⑤ stop

20. 연립부등식  $\begin{cases} (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2 < 3 \\ 4^x - 2^{x+2} \leq 32 \end{cases}$  를 만족하는 모든 정수  $x$ 의 값들의 합은? [4점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

21. 어떤 직사각형의 내부에 가로 또는 세로에 평행한  $n$ 개의 직선을 그어 분할되는 영역의 최대 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들면,  $n=3$ 인 경우는 [그림1], [그림2], [그림3], [그림4]와 같이 4가지이고, 그 중에 영역의 개수가 최대일 때는 [그림2] 또는 [그림3]의 경우이므로  $a_3=6$ 이다.



이 때,  $a_{25}$ 의 값은? [4점]

- ① 156
- ② 169
- ③ 182
- ④ 196
- ⑤ 210

단답형

22.  $A+B=\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $A-B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 를 만족하는 행렬  $A$ ,  $B$ 에 대하여  $AB=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  일 때,  $|ad-bc|$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. 자연수의 집합에서 정의되는 두 함수  $f$ 와  $g$ 는

$$f(n+1) = f(n) + 3, \quad f(5) = 23$$

$$g(n+1) = 5g(n), \quad g(1) = 5$$

를 만족한다.  $(f \circ g)(k) = 383$  일 때,  $20k$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $f \circ g$ 는  $f$ 와  $g$ 의 합성함수이다.) [3점]

24.  $a^{8x} = 3 + \sqrt{8}$  일 때,  $\frac{a^x + a^{2x} + a^{3x}}{a^{-x} + a^{-2x} + a^{-3x}} = m + \sqrt{n}$ 을 만족하는 유리수  $m, n$ 에 대하여  $100m + n$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a > 0$ ) [3점]

25. 그림은 1부터 8까지의 숫자가 적혀있는 자물쇠이다. 이 자물쇠는 서로 다른 특정한 4개의 숫자버튼을 순서에 관계없이 누른 후 밑에 있는 열림 장치를 누르면 열리도록 되어 있다. 이와 같이 서로 다른 특정한 4개의 숫자를 비밀번호로 하는 자물쇠는 모두 몇 개 만들 수 있는지를 구하시오. [3점]



26. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이  $a_n - b_n = \frac{2^n + 3^n}{2^n - 3^n}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ 를 만족할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} 100b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

27.  $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ ,  $A + A^{-1} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$  일 때,  $\frac{\pi}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \pi$ ,  $A^{-1}$ 는  $A$ 의 역행렬이다.)

[3점]

28. 3개의 주사위를 던져 나오는 눈의 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a + b + c + abc$ 가 홀수가 되는 경우의 수를 구하시오. [4점]

29.  $\log_x(4 - |x| - |y|)$ 이 정의될 때, 점  $(x, y)$ 의 개수를 구하시오. (단,  $x, y$ 는 모두 정수이다.) [4점]

30. 양의 정수  $a, b$ 가  $1 \leq a \leq 9$ ,  $a \times 10^b < 7^{30} < (a+1) \times 10^b$ 을 만족할 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오. (단,  $\log_{10} 2 = 0.30$ ,  $\log_{10} 3 = 0.48$ ,  $\log_{10} 7 = 0.85$ 로 계산한다.) [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.