2005학년도 11월 고1 전국연합학력평가 문제지

수 리 영 역

제 2 교시 성명 수험번호 1 **1**

○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.

○ 답안지에 수험 번호, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. 전체집합 $U=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A=\{a,\ b,\ c,\ f\}$, $B=\{b,\ d,\ e\}$일 때, 집합 $B-A$는? [2점]

① $\{b\}$
② $\{d\}$
③ $\{e\}$
④ $\{d,\ e\}$
⑤ $\{a,\ c,\ f\}$

2. x, y가 실수일 때, 참인 명제는? [2점]

① $x^2=1$이면 $x=1$이다.
② $x^2>1$이면 $x>1$이다.
③ x가 9의 배수이면 x는 3의 배수이다.
④ $x+y\geq 2$이면 $x\geq 1$이고 $y\geq 1$이다.
⑤ $x+y$가 짝수이면 x, y는 모두 짝수이다.

3. 세 조건 p, q, r이

$p:\ a^2+b^2+c^2=0$
$q:\ |a|+|b|+|c|=0$
$r:\ (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

일 때, p는 q이기 위한 (가) 조건, p는 r이기 위한 (나) 조건이다.
(가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? (단, a, b, c는 실수이다.) [3점]

	(가)	(나)
①	필요	충분
②	충분	필요
③	충분	필요충분
④	필요충분	충분
⑤	필요충분	필요

4. 실수 a, b에 대하여 연산 ◉을 a◉$b=a+b-11$로 정의할 때, 연산 ◉에 대한 17의 역원은? [3점]

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

5. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-4x-12<0 \\ x^2-2x-3\geq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

6. $(a+2i)(2-bi)=6+5i$를 만족하는 두 실수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① 7
② 8
③ 9
④ 10
⑤ 11

7. 다항식 $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x+2005)$를 $x+2008$로 나눈 나머지는? [3점]

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

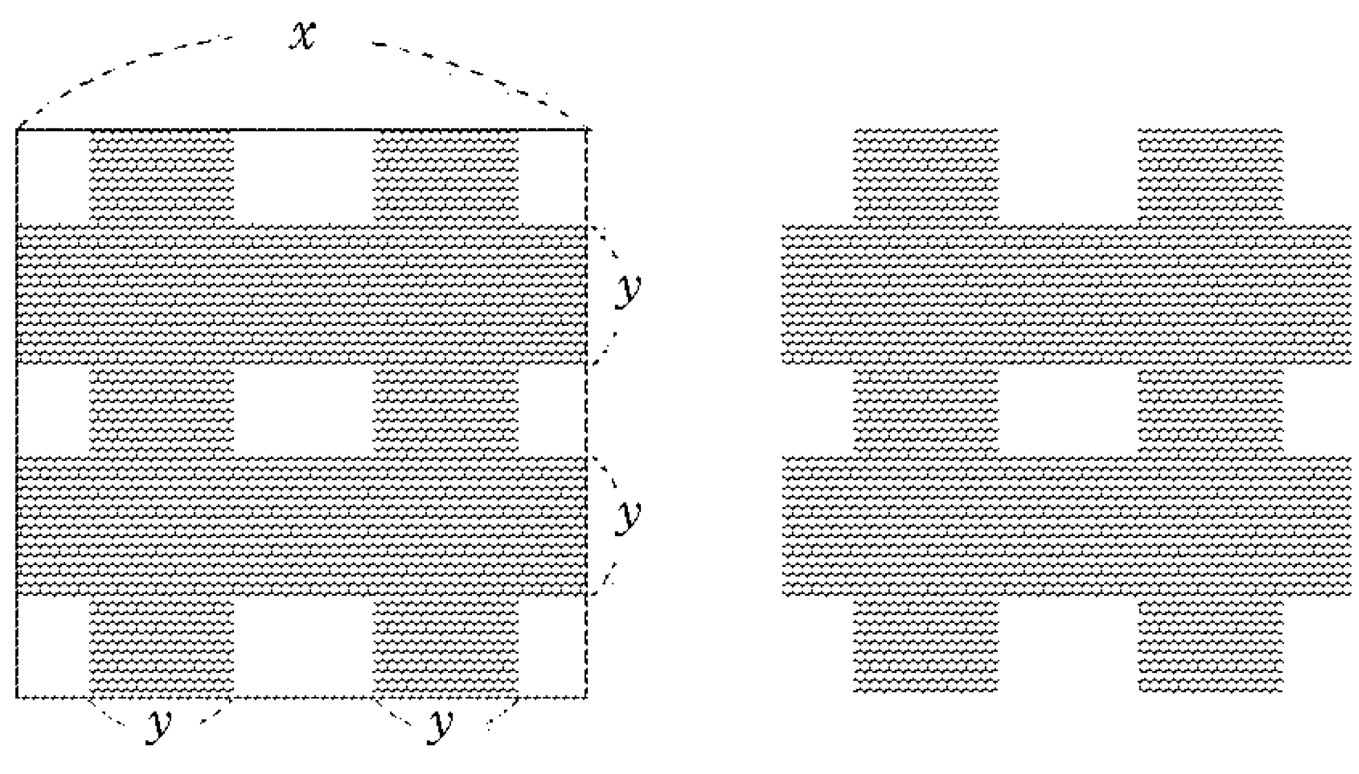
8. 복소수 z_1, z_2에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\overline{z_2}$는 z_2의 켤레복소수이다.) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $z_1=\overline{z_2}$이면 z_1+z_2는 실수이다.
ㄴ. $z_1=\overline{z_2}$일 때, $z_1z_2=0$이면 $z_1=0$이다.
ㄷ. ${z_1}^2+{z_2}^2=0$이면 $z_1=0$이고 $z_2=0$이다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. [그림1]은 한 변의 길이가 x인 정사각형 모양의 흰색 종이 위에 두 변의 길이가 x, y인 직사각형 4개를 수직 또는 평행하게 그려 색칠한 것이다. [그림2]는 [그림1]에서 색칠한 부분만을 오려 낸 것일 때, 색칠한 부분의 넓이는? (단, $x>2y$이다.) [3점]



[그림1] [그림2]

① $4x(x-y)$
② $4y(x-y)$
③ $4x(x+y)$
④ $4y(x+y)$
⑤ $4(x^2-y^2)$

10. m차 다항식 $f(x)$를 n차 다항식 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $m > n > 0$) [3점]

〈보 기〉

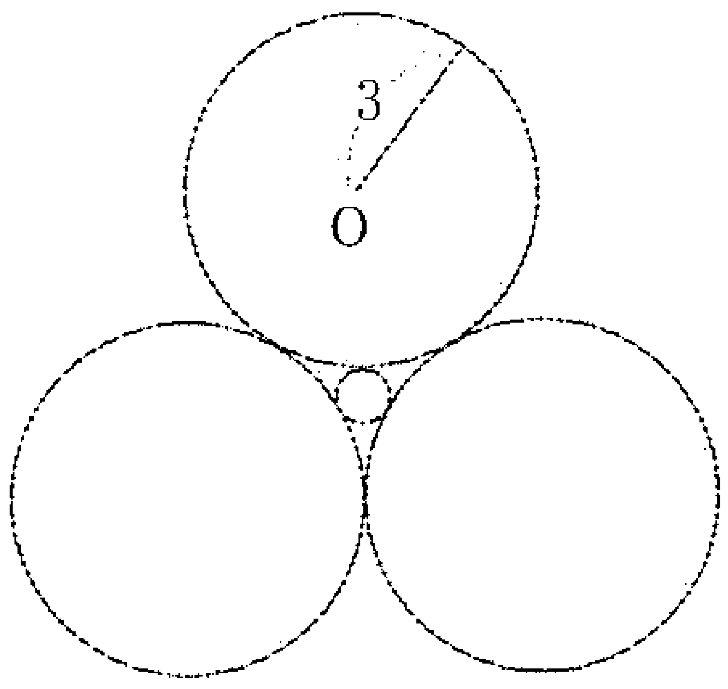
ㄱ. $Q(x)$의 차수는 $m-n$이다.
ㄴ. $Q(x)$의 차수는 $R(x)$의 차수보다 크다.
ㄷ. $n=3$일 때, $R(x)$의 차수는 2차 이하이다.

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 4), B(−2, 6), C(6, 8)를 꼭지점으로 하는 △ABC에서 변 AB의 중점을 P, 변 BC의 중점을 Q, 변 CA의 중점을 R이라 하자. △PQR의 무게중심의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 4
② 5
③ 6
④ 7
⑤ 8

12. 반지름의 길이가 3인 세 개의 원이 서로 외접해 있고, 이 세 개의 원과 동시에 외접하는 원을 그릴 때, 이 원의 반지름의 길이는? [4점]



① $2\sqrt{2}-2$
② $2\sqrt{3}-2$
③ $2\sqrt{3}-3$
④ $3\sqrt{2}-2$
⑤ $3\sqrt{2}-3$

13. 한 개의 동전을 던져서 다음과 같은 방법으로 좌표평면 위의 점 P(1, 1)을 이동시키려고 한다.

○ 앞면이 나오면 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동 한다.
○ 뒷면이 나오면 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동 한다.

동전을 10회 던져서 앞면이 6회, 뒷면이 4회 나왔을 때의 평행이동 된 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? [4점]

① $2\sqrt{2}$
② $2\sqrt{3}$
③ $3\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{3}$
⑤ $4\sqrt{2}$

14. $\sqrt{2}$가 무리수임을 이용하여, '유리수 a, b, c, d에 대하여 $a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2}$이면 $\boxed{\text{(가)}}$ '임을 증명한 것이다.

〈증명〉

a, b, c, d는 유리수이고,

$a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2}$ 에서 $(b-d)\sqrt{2}=c-a$ …㉠

$\boxed{\text{(나)}}$ 라고 가정하면 $\sqrt{2}=\dfrac{c-a}{b-d}$ …㉡

유리수는 사칙연산(단, 0으로 나누는 것은 제외)에 대하여 닫혀 있으므로 $\dfrac{c-a}{b-d}$는 유리수이다.

㉡식의 좌변은 무리수이고 우변은 유리수이므로 모순이다.

따라서, $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

이 때, ㉠에서 $c-a=0$ 즉, $a=c$이다.

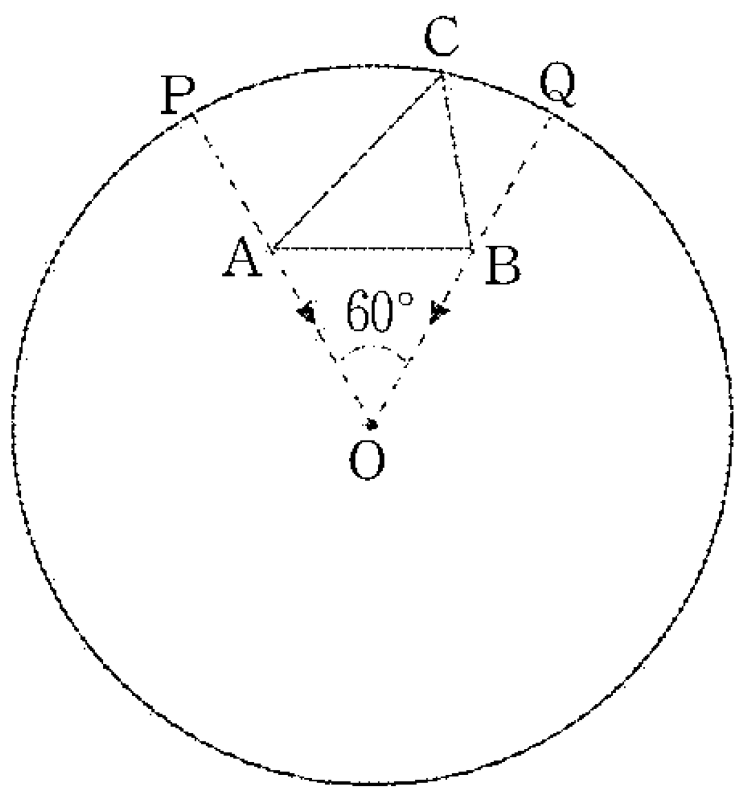
그러므로 유리수 a, b, c, d에 대하여

$a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2}$이면 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

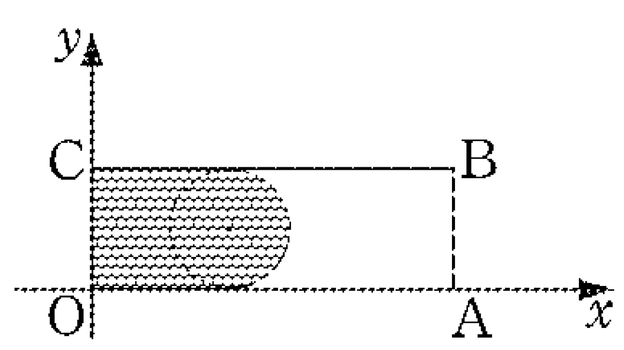
	(가)	(나)	(다)
①	$a=c$ 이고 $b=d$	$b\neq d$	$b=d$
②	$a=c$ 이고 $b=d$	$b=d$	$b\neq d$
③	$a=c$ 이고 $b=d$	$b\neq d$	$b\neq d$
④	$a=c$ 또는 $b=d$	$b=d$	$b\neq d$
⑤	$a=c$ 또는 $b=d$	$b\neq d$	$b=d$

15. 반지름의 길이가 20m인 원형의 수영장이 있다. 점 O는 수영장의 중심이고, 두 점 P, Q는 원 위의 점이며 $\angle POQ=60°$이다. 갑과 을이 각각 P, Q에서 동시에 출발하여 중심 O를 향해 가고 있다. 호 PQ 위에 한 점 C를 고정하고 선분 OP와 선분 OQ 위의 임의의 두 지점 A, B에 갑과 을이 각각 도달하였을 때, 세 지점 A, B, C를 서로 연결한 거리의 합 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$의 최소값은? [4점]

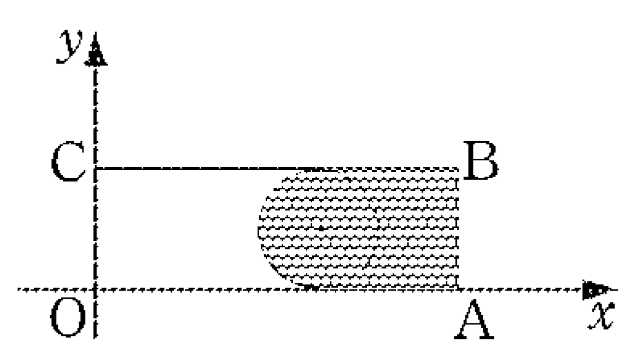


① $15\sqrt{2}$m
② $15\sqrt{3}$m
③ $20\sqrt{2}$m
④ $20\sqrt{3}$m
⑤ $25\sqrt{2}$m

16. 좌표평면 위의 원점 O와 세 점 A(6, 0), B(6, 2), C(0, 2)로 이루어진 직사각형 OABC의 넓이를 직사각형에 접하는 반원을 그려서 [그림1], [그림2]와 같이 이등분 할 때, [그림1]에서의 원의 중심의 좌표는 $(a_1,\ 1)$, [그림2]에서의 원의 중심의 좌표는 $(a_2,\ 1)$이다. $|a_1-a_2|$의 값은? [4점]



[그림1]



[그림2]

① 2
② $\dfrac{\pi}{2}$
③ $\dfrac{5}{4}$
④ 1
⑤ $\dfrac{\pi}{4}$

17. '정수 a, b가 홀수일 때, 방정식 $x^2+2ax+2b=0$은 유리수 해를 갖지 않음'을 증명한 것이다.

〈증명〉

(ⅰ) 정수 x에 대하여

x가 홀수이면 x^2은 홀수이고, $2ax+2b$는 짝수이다.

따라서, $x^2=-(2ax+2b)$를 만족하는 홀수 x는 존재하지 않는다.

x가 짝수이면 x^2+2ax는 2의 배수이고 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$2b$는 2의 배수이지만 $\boxed{\text{(가)}}$ 가 아니다.

따라서, $x^2+2ax=-2b$를 만족하는 짝수 x는 존재하지 않는다.

(ⅱ) 정수가 아닌 유리수 x에 대하여

$x^2+2ax+2b=0$을 변형하면 $(x+a)^2=a^2-2b$이고,

$(x+a)^2$은 정수가 아닌 유리수이다.

그런데 a^2-2b는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로 모순이다.

∴ (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 a, b가 홀수일 때, 방정식 $x^2+2ax+2b=0$은 유리수 해를 갖지 않는다.

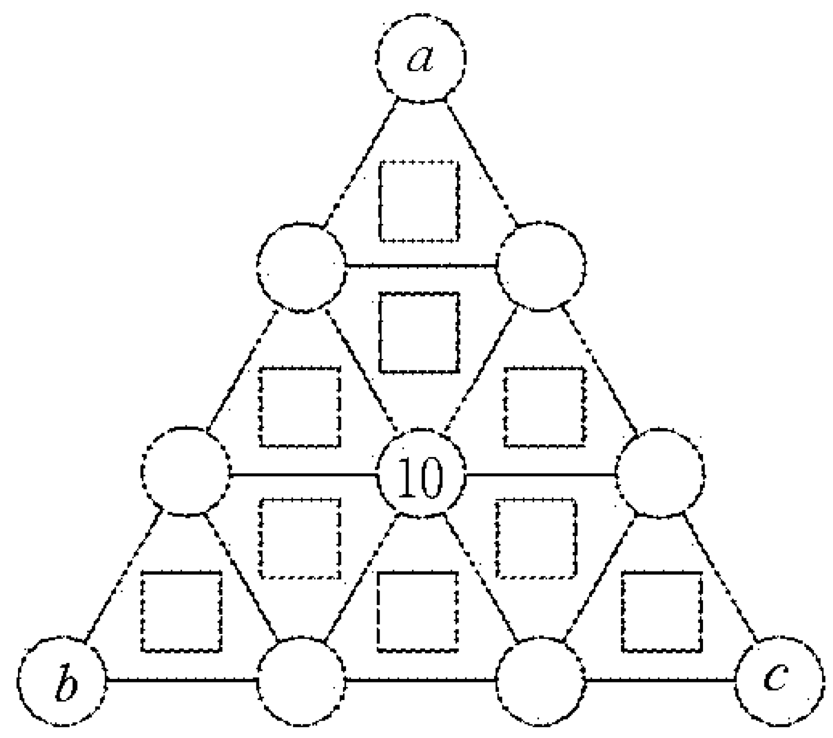
위 증명에서 (가), (나)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(나)
①	3의 배수	정수
②	4의 배수	유리수
③	4의 배수	정수
④	6의 배수	유리수
⑤	6의 배수	정수

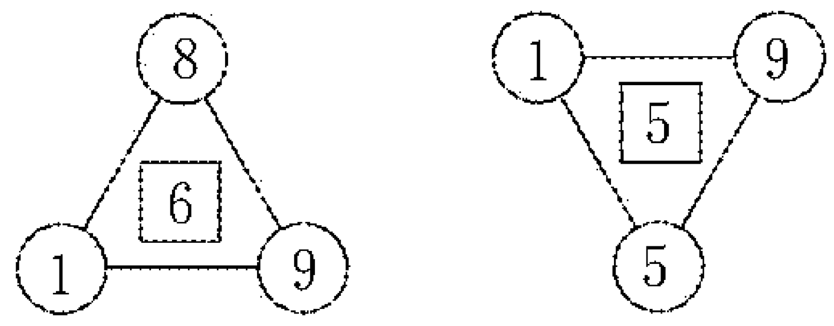
18. x, y에 대한 방정식 $xy+x+y-1=0$을 만족시키는 정수 x, y를 좌표평면 위의 점 (x, y)로 나타낼 때, 이 점들을 꼭지점으로 하는 사각형의 넓이는? [4점]

① 2
② 6
③ 8
④ $3\sqrt{2}$
⑤ $4\sqrt{2}$

19. [그림1]과 같이 큰 삼각형의 내부에 있는 ◯ 안에 10이 쓰여 있다. 삼각형의 꼭지점 위치에 있는 9개의 ◯ 안에 1부터 9까지의 자연수를 한 번씩 사용하여 써넣고, 세 수의 평균을 구하여 [그림2]와 같이 □ 안에 각각 써넣는다. 9개의 □ 안에 써넣은 수의 합이 55일 때, 세 수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은? [4점]



[그림1]



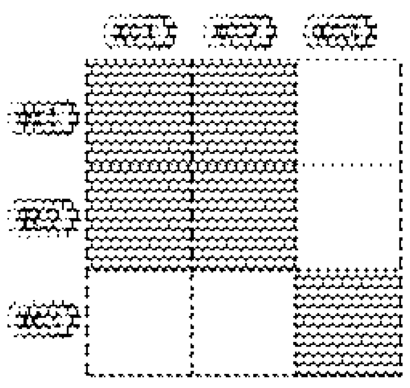
[그림2]

① 11
② 12
③ 13
④ 14
⑤ 15

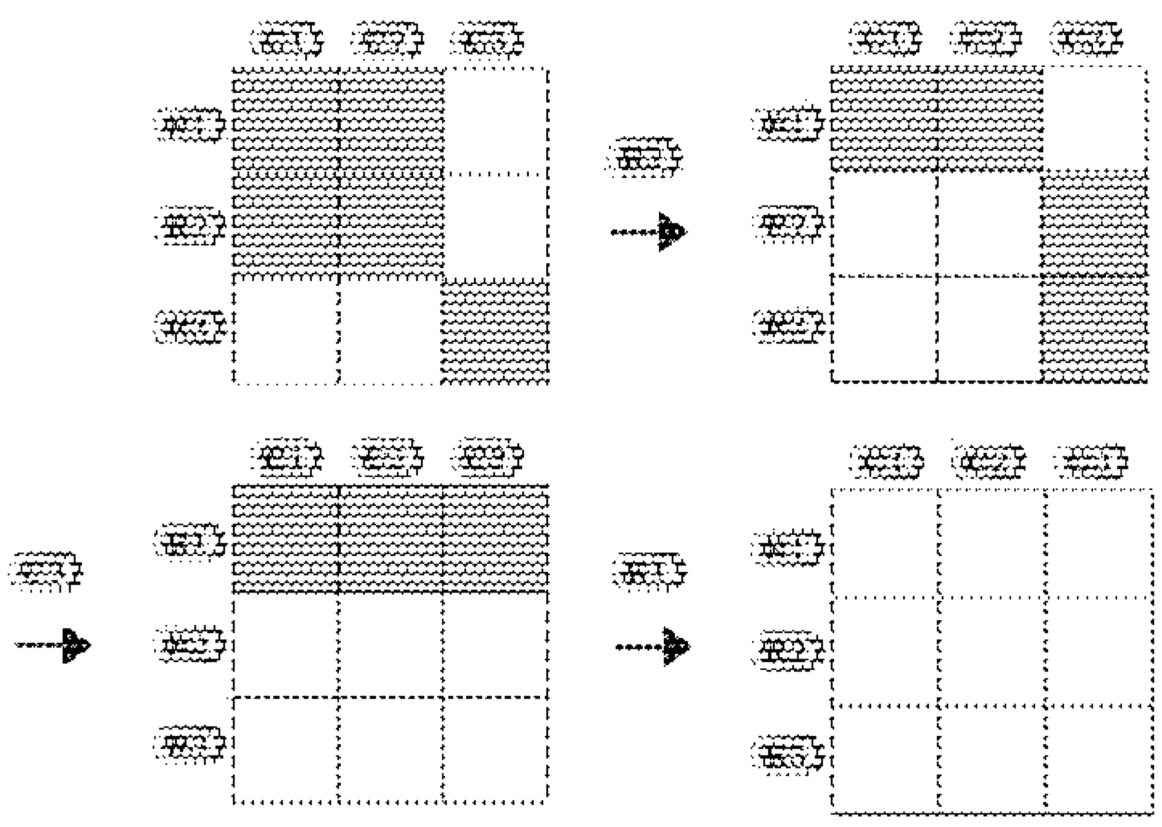
20. 세 부등식 $x+y\geqq 0$, $2x-y\geqq 0$, $2x+y-4\leqq 0$을 동시에 만족시키는 영역의 넓이는? [4점]

① $\frac{11}{2}$
② 6
③ $\frac{13}{2}$
④ 7
⑤ $\frac{15}{2}$

21. 앞면은 흰 색, 뒷면은 검은 색으로 된 카드 9개를 배열하여 〔그림 1〕과 같은 기준판을 만들었다.
버튼을 누르면 해당되는 가로줄 전체의 카드가, 버튼을 누르면 해당되는 세로줄 전체의 카드가 뒤집어진다.
예를 들면 〔그림2〕는 〔그림1〕의 기준판의 버튼을 차례로 눌렀을 때 바뀌는 모습을 나타낸 것이다.
〔그림1〕의 기준판의 여러 가지 버튼을 눌렀을 때 나타날 수 있는 판의 모양은? 〔4점〕

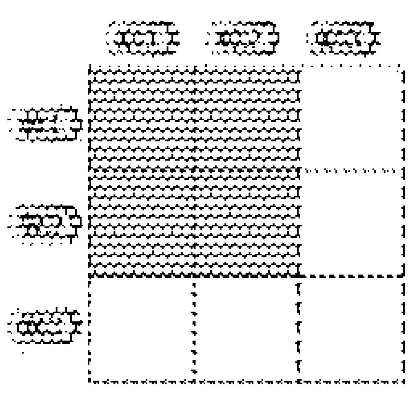


〔그림1〕

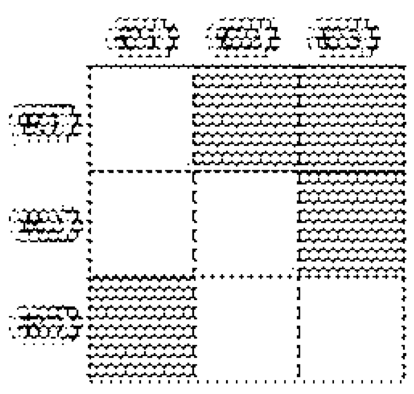


〔그림2〕

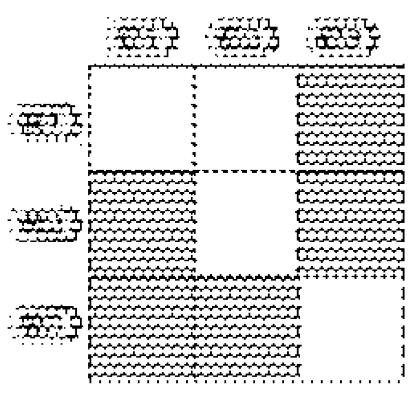
①



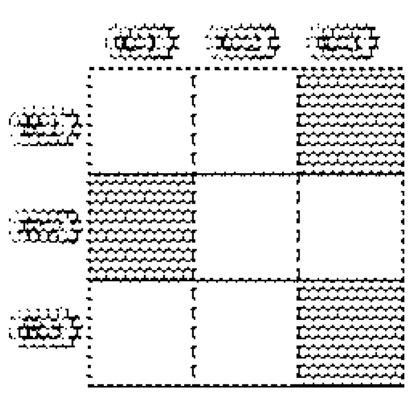
②



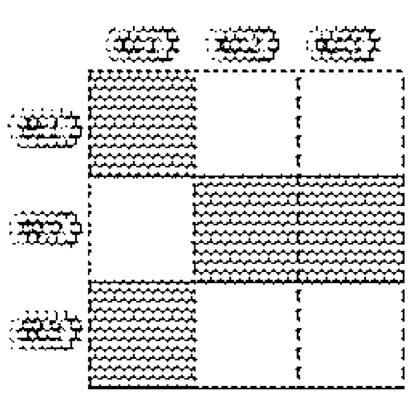
③



④



⑤



단 답 형

22. $x^2-5x+1=0$ 일 때, $x+\frac{1}{x}$ 의 값을 구하시오. 〔2점〕

23. 이차방정식 $(x-2)(x-3)=3$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오. 〔3점〕

24. 길이가 160cm인 철사를 잘라서 한 변의 길이가 각각 $a$cm, $b$cm $(a>b)$인 두 개의 정사각형을 만들었다. 이 두 정사각형의 넓이의 합이 850cm^{2}일 때, a의 값을 구하시오. (단, 철사는 모두 사용하고 굵기는 무시한다.) 〔3점〕

25. 고등학교 1학년 어느 한 학급 학생들을 대상으로 보충학습 희망 과목을 국어, 영어, 수학 중에서 한 과목 이상 선택하도록 하였다. 국어를 선택한 학생은 25명, 영어를 선택한 학생은 28명, 수학을 선택한 학생은 30명이었고, 과목수별로 선택한 학생 수는 표와 같다고 할 때, 한 과목만 선택한 학생 수 $a+b+c$의 값을 구하시오. [3점]

구분	1과목만 선택			2과목만 선택			3과목 선택
	국어	영어	수학	국어 영어	영어 수학	수학 국어	
인원 (명)	a	b	c	6	8	7	10

26. 봉사 동아리 학생 20명을 대상으로 지난 5일 동안 봉사활동에 참여한 횟수를 조사하여 나타낸 표이다. 봉사활동에 참여한 횟수의 분산을 $\frac{b}{a}$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소이다.) [3점]

횟수(회)	0	1	2	3	4	5	합계
학생 수(명)	3	5	5	4	2	1	20

27. 삼차방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 할 때,
$\frac{1}{\omega+1}+\frac{1}{\omega^2+1}+\frac{1}{\omega^3+1}+\cdots+\frac{1}{\omega^{30}+1}$의 값을 구하시오.
[4점]

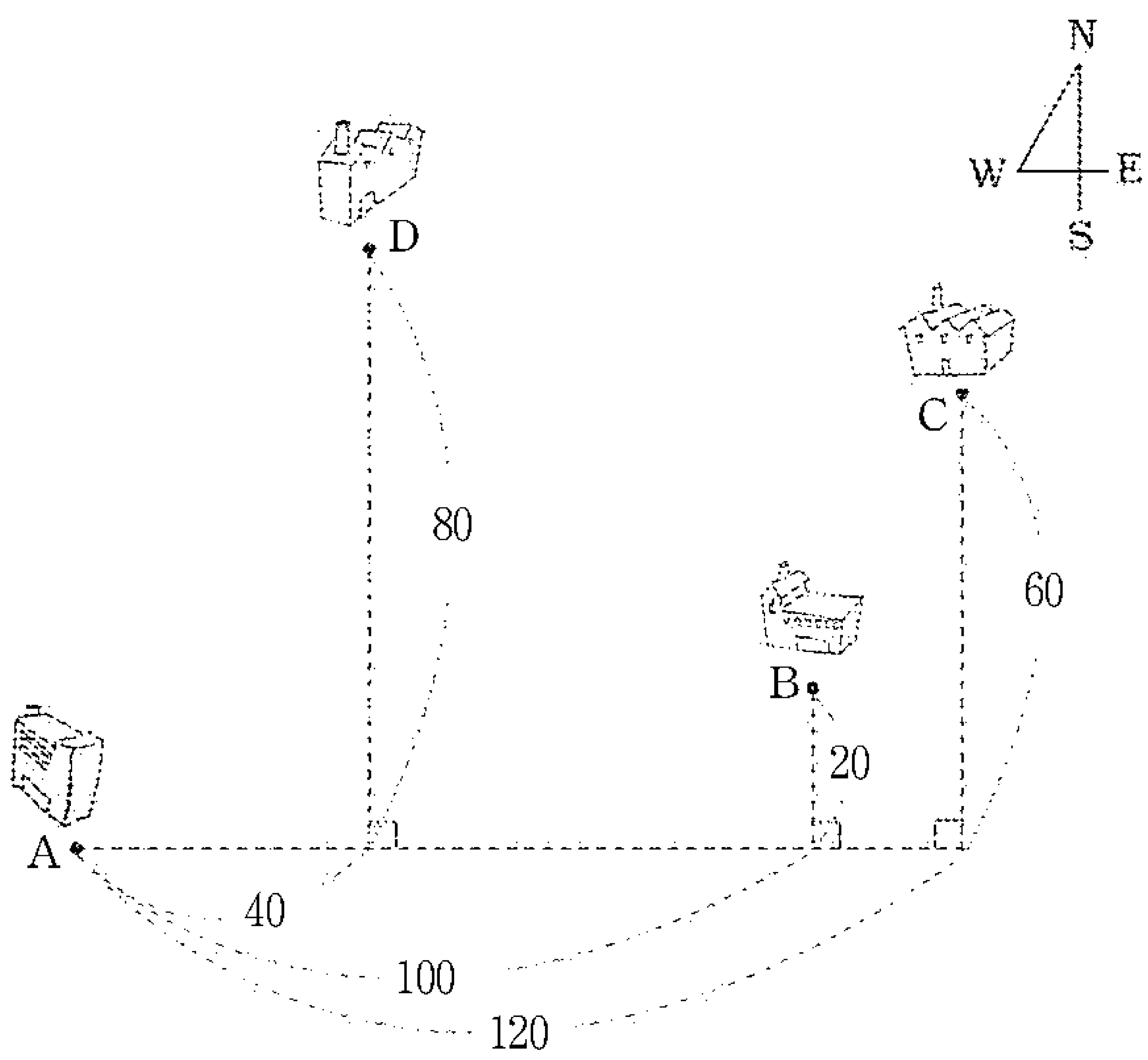
28. 자연수 a, b, c에 대하여 $\sqrt{a+\sqrt{24}}=\sqrt{b}+\sqrt{c}$가 성립할 때, $a+b+c$의 최소값을 구하시오. [4점]

29. $n \geq 2$인 정수 n에 대하여 부등식

$\sqrt{n+1}-\sqrt{n} < \dfrac{1}{2\sqrt{n}} < \sqrt{n}-\sqrt{n-1}$이 성립함을 이용하여

$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{81}}\right)$의 값을 계산하였을 때, 정수 부분의 값을 구하시오. [4점]

30. 네 개의 공장 A, B, C, D는 A공장을 기준으로 B공장은 정동방향으로 100m 이동한 다음 정북방향으로 20m 이동한 지점에, C공장은 정동방향으로 120m 이동한 다음 정북방향으로 60m 이동한 지점에, D공장은 정동방향으로 40m 이동한 다음 정북방향으로 80m 이동한 지점에 있다.
네 개의 공장에서 흘러나오는 폐수를 정화하기 위해 배관시설에 드는 비용을 최소로 하여 정화시설을 만들려고 할 때, 정화시설은 A공장으로부터 정동방향으로 am, 정북방향으로 bm인 지점이다. 이 때, $a+2b$의 값을 구하시오. (단, 각 공장에서 정화시설까지 하수도배관이 묻히는 고도는 무시하여 연결되며 비용은 배관의 길이에 비례한다.) [4점]



※ **확인사항**

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.