

# 수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명		수험번호					2			
----	--	------	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 먼저 수험생이 선택한 유형의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 수험 번호, 답, 응시 유형 등을 표기하십시오.
- 단답형 문제의 경우 답의 숫자에 0이 포함될 때에는 OMR 답안지에 0을 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 두 집합  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단,  $\phi$ 는 공집합) [2점]

- ①  $\phi \in A$       ②  $\{1, 2\} \in A$       ③  $\{2, 3\} \subset A$   
 ④  $A \cap B = \{2\}$       ⑤  $A - B = A$

2.  $\frac{1}{\log_2 36} + \frac{1}{\log_3 36}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

3.  $(\sqrt[3]{2^4})^{\frac{3}{2}} \times (\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{2}$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① 2                      ②  $2\sqrt{2}$                       ③ 4  
 ④  $4\sqrt{2}$                       ⑤ 8

4. 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $(x+i)(y+i) = (1+i)^4$ 이 성립할 때,  $x^2 + y^2$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

5. 양수  $A$ 에 대하여  $\log_{10}A = n + \alpha$  ( $n$ 은 정수,  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ )일 때,  
 $\log_{10} \frac{1}{A^2}$ 의 값을 구하면? (단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대정수) [3점]
- ①  $-2n-2$       ②  $-2n-1$       ③  $-2n$   
 ④  $-2n+1$       ⑤  $-2n+2$

6. 두 연립방정식  $\begin{cases} x_1 = 2y_2 + y_3 \\ x_2 = y_1 + 2y_2 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} y_1 = z_1 + 2z_2 \\ y_2 = 2z_1 - z_2 \\ y_3 = -z_1 + z_2 \end{cases}$  을  
 행렬을 이용하여  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$ 로 표현할 때, 행렬  $A$ 는? [3점]
- ①  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$       ③  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$       ⑤  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

7. 세 양수  $A, B, C$ 에 대하여  $A : B : C = 4 : 5 : 2$ 일 때,  
 $3^{2\log_3 A + \log_3 B - 3\log_3 C}$ 의 값은? [3점]
- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

8. 세 수  $A = 2^{\frac{1}{2}}$ ,  $B = 3^{\frac{1}{3}}$ ,  $C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는? [3점]
- ①  $A < B < C$       ②  $B < A < C$   
 ③  $B < C < A$       ④  $C < B < A$   
 ⑤  $C < A < B$

9. 다음은 자연수  $a$  가 홀수일 때, 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a^2 & a^3 \end{pmatrix}$  에 대하여  $A^2$ 의 모든 성분의 합은 4의 배수임을 증명한 것이다.

<증명>

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a^2 & a^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ a^2 & a^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+a^3 & a+a^4 \\ a^2+a^5 & \text{(가)} \end{pmatrix} \text{ 이므로}$$

$A^2$ 의 모든 성분의 합은

$$(1+a^3) + (a+a^4) + (a^2+a^5) + \text{(가)} = (1+a^3) \text{ (나)}$$

$1+a^3$  은 (다) 이고  
 (나) 은(도) (라) 이다.

따라서  $A^2$ 의 모든 성분의 합은 4의 배수가 된다.

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것은? [3점]

- |   | (가)       | (나)           | (다) | (라) |
|---|-----------|---------------|-----|-----|
| ① | $a^3+a^6$ | $1+a+a^2+a^3$ | 홀수  | 짝수  |
| ② | $a^3+a^6$ | $1+a^2+a^3$   | 홀수  | 홀수  |
| ③ | $a^3+a^6$ | $1+a+a^2+a^3$ | 짝수  | 짝수  |
| ④ | $a^3+a^9$ | $1+a^2+a^3$   | 홀수  | 홀수  |
| ⑤ | $a^3+a^9$ | $1+a+a^2+a^3$ | 짝수  | 짝수  |

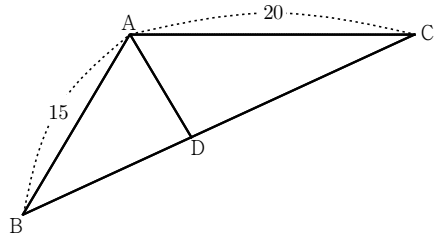
10. <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]

<보 기>

ㄱ.  $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$  ( $a > 0$ )  
 ㄴ.  $a < 0, b < 0$  일 때,  $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$   
 ㄷ.  $i^{4n+2} = 1$  ( $n$ 은 음이 아닌 정수)

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림은 세 도시 A, B, C 를 서로 잇는 직선도로를 나타낸 것이다.  $\angle A = 120^\circ$ ,  $\overline{AB} = 15\text{km}$ ,  $\overline{AC} = 20\text{km}$  이고 두 도시 B, C 사이에 선분 BC 를 3:4 로 내분하는 지점 D에 도서관을 세울 때, 직선도로  $\overline{AD}$ 의 길이는 몇 km 인가? [4점]



- ①  $\frac{60}{7}$     ②  $\frac{64}{7}$     ③  $\frac{68}{7}$     ④  $\frac{72}{7}$     ⑤  $\frac{76}{7}$

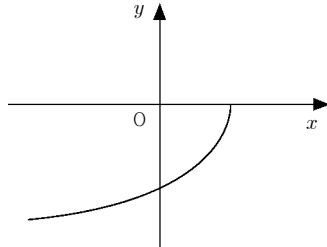
12.  $0 < A < \pi$ ,  $0 < B < \pi$  인 서로 다른 두 각  $A, B$  에 대하여  $\sin A = \sin B$  를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

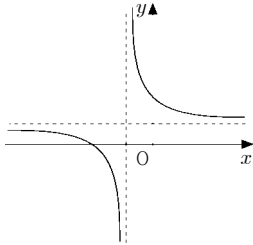
ㄱ.  $\sin \frac{A+B}{2} = 1$   
 ㄴ.  $\sin \frac{A}{2} - \cos \frac{B}{2} = 0$   
 ㄷ.  $\tan A + \tan B = 0$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

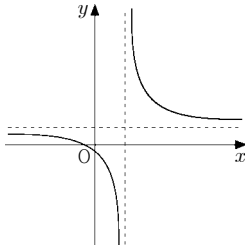
13. 그림은 무리함수  $y = a\sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형이다. 이 때, 유리함수  $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형은? [4점]



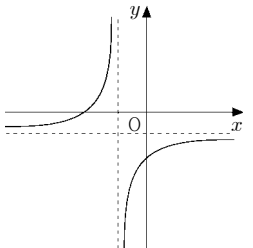
①



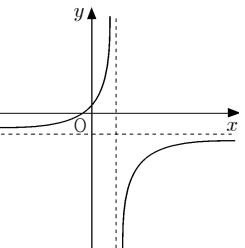
②



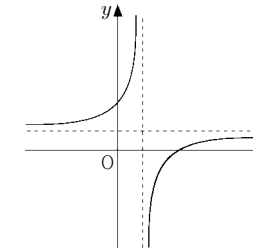
③



④



⑤

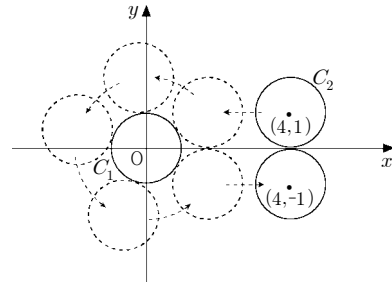


14. 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 가 다음 두 조건을 모두 만족할 때,  $A^3$ 과 같은 것은? [4점]

- (가)  $A-E$ 의 역행렬이 존재하지 않는다.  
 (나)  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a & -1 \\ d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=y=0$  이외의 해를 갖는다.

- ①  $A-2E$       ②  $A-E$       ③  $A$   
 ④  $A+E$       ⑤  $A+2E$

15. 반지름의 길이가 1인 두 원  $C_1, C_2$ 의 중심이 각각  $(0, 0), (4, 1)$ 이다. 그림과 같이 원  $C_2$ 가  $x$ 축을 접하며 움직이기 시작하여 원  $C_1$ 에 외접하며 돌아 처음으로  $x$ 축의 양의 방향에 접하며 움직여 중심이  $(4, -1)$ 이 되었을 때, 중심이 이동한 거리는? [4점]



- ①  $\frac{5}{3}\pi + 4 - \sqrt{3}$       ②  $\frac{5}{3}\pi + 8 - 2\sqrt{3}$   
 ③  $\frac{7}{3}\pi + 4 - \sqrt{3}$       ④  $\frac{7}{3}\pi + 8 - 2\sqrt{3}$   
 ⑤  $\frac{10}{3}\pi + 8 - 2\sqrt{3}$

16. 농도가  $a\%$ 인 소금물 100그램이 있다. 매 시간 소금물의 10%가 증발한다면 소금물의 농도가 처음의 2배 이상이 될 때까지는 최소 몇 시간이 걸리겠는가? (단,  $\log 2 = 0.301$ ,  $\log 3 = 0.477$ ) [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

17. 이차함수  $f(x)$ 가  $2f(x) + f(1-x) = 3x^2$ 을 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $f(0) = -1$   
 ㄴ.  $f(x)$ 의 최소값은 3이다.  
 ㄷ. 모든  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(-2-x)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 이차정사각행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$ 를 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq i \\ |x| + |y| \leq j \end{cases}$$

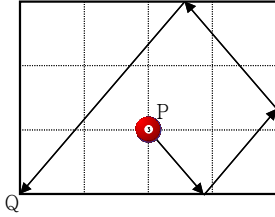
가 나타내는 영역의 넓이로 정의할 때, 성분  $a_{22}$ 의 값은? [3점]

- ①  $8 - 2\pi$               ②  $8 - \pi$                       ③ 8  
 ④  $8 + \pi$               ⑤  $8 + 2\pi$

19. A도시의 어떤 달의 쓰레기양을  $W_0$ , 그 쓰레기양을 조사한 달로부터 경과된 달의 수를  $t$ 라 할 때, 쓰레기의 양  $W$ 는  $W = W_0 \left(\frac{3}{4}\right)^{kt}$ 인 관계가 있다고 한다. A도시의 2월 쓰레기양은 800톤이고 그 해 6월의 쓰레기양은 600톤일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{16}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

20. 가로, 세로의 길이가 각각 4, 3인 직사각형 모양의 포켓당구대가 있다. 공이 내부에서는 직선운동을 하고 벽에서는 입사각과 반사각이 같도록 움직일 때, 그림과 같은 방향으로 P지점에 있는 공을 쳤더니 벽에 3번 부딪친 후 Q지점에 들어갔다. P지점에서 Q지점까지의 공이 움직인 거리는? (단, 한 눈금의 길이가 모두 가로, 세로 각각 1이고 공의 크기는 무시함) [4점]



- ①  $2\sqrt{13}$     ②  $\sqrt{65}$     ③  $4\sqrt{5}$     ④  $\sqrt{85}$     ⑤  $7\sqrt{2}$

21. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $E$ 는 단위행렬,  $O$ 는 영행렬) [4점]

— <보 기> —

ㄱ.  $A^2 + A - 2E = O$  이면  $A = E$  또는  $A = -2E$  이다.  
 ㄴ.  $AB + A = E$  이면  $A$ 의 역행렬은  $B + E$ 이다.  
 ㄷ.  $AB = E$  이면  $(A - B)^2 + 2E = A^2 + B^2$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형 (22 ~ 30)

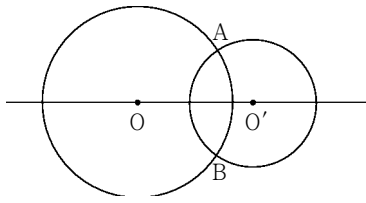
22. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^{-1} + AB$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.  
 (단,  $A^{-1}$ 은  $A$ 의 역행렬) [3점]

23. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  $g(f^{-1}(-3))$ 의 값을 구하시오. (단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수) [3점]

24. 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수  $f$ 가  $f : X \rightarrow X$ 라 할 때,  $\{f(-1)+1\}\{f(1)-1\} \neq 0$ 을 만족하는 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [3점]

25.  $4^x = 5$ 일 때,  $\frac{8^x + 8^{-x}}{2^x + 2^{-x}} = \frac{b}{a}$  ( $a, b$ 는 서로소인 양수)이다. 이 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

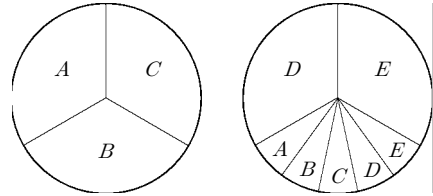
26. 중심이  $O, O'$ 인 두 원이 서로 다른 두 점  $A, B$ 에서 만나고  $\overline{OO'} = 4$  이고, 선분  $OO'$ 를 3:1로 내분하는 점을  $P$ , 외분하는 점을  $Q$ 라 한다.  $\triangle OPA$ 와  $\triangle OQB$ 의 넓이의 비가  $m:n$ 일 때,  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $m, n$ 은 서로소인 양수) [4점]



27.  $a$ 가 양수일 때, 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2a & -3 \\ -5 & \frac{8}{a} \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^{-1}$ 의 모든 성분의 합의 최소값을 구하시오. (단,  $A^{-1}$ 는  $A$ 의 역행렬) [4점]

28. 두 함수  $f(x) = x^2 - 6x$ ,  $g(x) = mx + n$  의 그래프가 만나는 서로 다른 두 교점과 점  $P(2, 5)$ 를 세 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가  $(4, 1)$ 일 때,  $m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림은 5명의 학생  $A, B, C, D, E$ 에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법 중의 하나이다.



5명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법은  $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ 으로 표현할 수 있다.

위와 같은 방법으로 7명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법이  $\frac{2}{7} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 일 때,  $|a - b|$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a, b$ 는 서로 다른 자연수) [4점]

29. 1이 아닌 세 자연수  $a, b, c$ 에 대하여 등식  $a^2 = b^3 = c^4 = k$ 를 만족하는  $k$  값들 중 최소인 수를  $p$ 라 할 때,  $\log_4 p$ 의 값을 구하시오. [4점]

● 확인 사항  
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.