제 2 교시 수 리 영 역

'가'형

성명		수험번호						3				

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $a=\log_2 3$ 일 때, 4^a의 값은? [2점]

① 6 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

2. 곡선 $y=(x^2-1)(2x+1)$ 위의 점 $(1,0)$에서 접하는 직선의 기울기는? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

3. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$에 대하여

행렬 A^2+AB의 모든 성분의 합은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

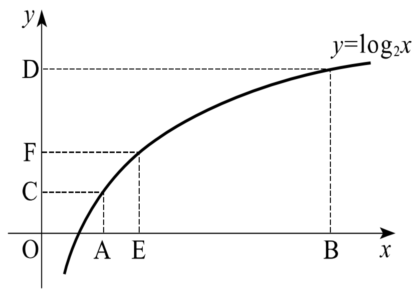
4. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ 의 합이 -1 일 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은? [3점]

① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

5. $a>1$ 일 때, $\lim_{x \to 1} \frac{|x-a|-(a-1)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

6. 그림은 함수 $y=\log_2 x$ 의 그래프이다. 점 A의 좌표는 $\mathrm{A}(2, 0)$ 이고 점 B의 좌표는 $\mathrm{B}(16, 0)$ 이다. 점 F가 선분 CD를 $1:2$ 로 내분하는 점일 때, 점 E의 x 좌표는? (단, 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.) [3점]



① 8 ② $6\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 4

7. 3으로도 5로도 나누어 떨어지지 않는 자연수를 작은 것부터 순서대로 나열한 수열을 $\{a_n\}$이라 한다. 예를 들면, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 4$이다. 이때, a_{100}의 값은? [4점]

① 172 ② 187 ③ 195 ④ 202 ⑤ 210

8. x에 대한 방정식 $a\sqrt{x} = x + b$의 실근의 개수에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $a < 0$, $b > 0$이면 실근을 갖지 않는다.

ㄴ. $a > 0$, $b < 0$이면 한 개의 실근을 갖는다.

ㄷ. $a > 0$, $b > 0$이면 서로 다른 두 개의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여

$$n \leqq \log_a b < n+1 \ (n \text{은 정수})$$

이 성립할 때, $f(a, b) = n$으로 정의한다. 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $f(2, 9) = 4$ 이다.

ㄴ. $f(a, b) = 2$ 이면 $f(b, a) = 0$ 이다.

ㄷ. $f(a, b) = -2$ 이면 $f(b, a) = -1$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 두 행렬 $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A_{n+1}을 다음과 같이 정의한다. (단, n은 자연수)

○ 행렬 A_n의 $(1, 1)$성분이 $(1, 2)$성분보다 작으면
$A_{n+1} = A_n P$

○ 행렬 A_n의 $(1, 1)$성분이 $(1, 2)$성분보다 작지 않으면
$A_{n+1} = -PA_n$

이때, 행렬 A_{2005}의 $(2, 1)$성분은? [4점]

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

11. 다음은 세 변의 길이가 모두 다른 예각삼각형에서 각 변을 같은 길이만큼 짧게 했을 때, 짧아진 세 선분을 각 변으로 하는 직각삼각형이 존재함을 증명한 것이다.

<증명>

예각삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c ($a < b < c$)로 놓으면 $a^2 + b^2 > c^2$ 이다.

그런데 x 만큼 짧아진 삼각형의 세 변의 길이는 $a-x$, $b-x$, $c-x$ 이므로 $0 < x <$ $\boxed{(가)}$ 이다.

따라서 등식 $(a-x)^2+(b-x)^2=(c-x)^2$ 을 만족시키는 실수 x 가 $0 < x <$ $\boxed{(가)}$ 에서 존재함을 보이면 된다.

$f(x)=(a-x)^2+(b-x)^2-(c-x)^2$ 으로 놓으면 $f(x)$는 연속함수이고,

$f(0)$ $\boxed{(나)}$ 0, $f($$\boxed{(가)}$$)$ $\boxed{(다)}$ 0 이므로

중간값의 정리에 의해 $0 < x <$ $\boxed{(가)}$ 에서 $f(x)=0$ 인 x 가 존재한다.

그러므로 짧아진 세 선분을 각 변으로 하는 직각삼각형이 존재한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$a+b-c$	$<$	$>$
②	$a+b-c$	$>$	$<$
③	$a+b+c$	$<$	$>$
④	a	$<$	$>$
⑤	a	$>$	$<$

12. 2이상의 자연수 n에 대하여 부등식 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 2$가 성립함이 알려져 있다. 다음은 이 사실을 이용하여 n이 6이상의 자연수일 때, 부등식 $\left(\frac{n}{2}\right)^n > n!$이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다. (단, $n!=1\times 2\times 3\times\cdots\times n$)

<증명>

(i) $n=6$일 때, $3^6=729$, $6!=720$ 이므로 성립한다.

(ii) $n=k\,(k\geq 6)$일 때 성립한다고 가정하면

$$\left(\frac{k+1}{2}\right)^{k+1} = \frac{k+1}{2^{k+1}}\cdot\frac{(k+1)^k}{k^k}\cdot\boxed{}$$
$$= \frac{k+1}{2}\cdot\left(1+\frac{1}{k}\right)^k\cdot\boxed{(가)}$$
$$> \frac{k+1}{2}\cdot\boxed{(나)}$$
$$= \boxed{}$$

이므로 $n=k+1$일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 6 이상의 모든 자연수에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	k^k	$(k+1)!$
②	k^k	$2k!$
③	k^k	$k!$
④	$\left(\frac{k}{2}\right)^k$	$(k+1)!$
⑤	$\left(\frac{k}{2}\right)^k$	$2k!$

13. 등식 $x^2+3y^2=9$ 를 만족시키는 실수 x, y에 대하여 x^2+xy^2 의 최소값은? [4점]

① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

14. 삼차함수 $y=f(x)$가 극대값 $\frac{1}{2}$, 극소값 -2를 가질 때, 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\{f(x)\}^{2n}}$$

이때, 실수 전체의 집합에서 함수 $y=g(x)$는 $x=\alpha$에서 불연속이다. α의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 원점 O를 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 t분 후의 좌표를 각각 x_1, x_2라 하면

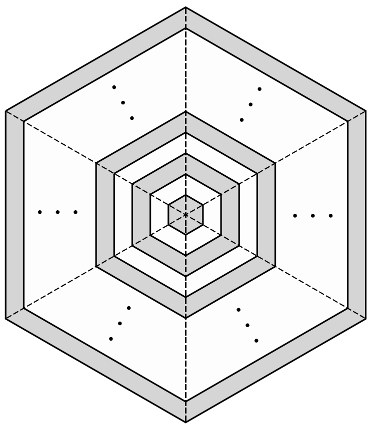
$$x_1=2t^3-9t^2,\quad x_2=t^2+8t$$

이다. 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 4분 동안 세 점 P, Q, M이 움직이는 방향을 바꾼 횟수를 각각 a, b, c라고 하자. 이때, $a+b+c$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 유전 연구에 필요한 두 가지 식물 A, B를 재배하기 위하여 정육각형 모양의 토지를 다음과 같이 나누어 놓았다.

○ 정육각형을 여섯 개의 정삼각형으로 나눈다.
○ 인접한 두 삼각형이 공유하고 있는 변(점선 부분)을 각각 21등분한다.
○ 21등분한 각 점을 직선 모양의 울타리로 서로 연결하여 모두 21개의 부분으로 구분하여 놓는다.



그림과 같이 가장 안쪽에 있는 정육각형 모양의 토지부터 시작하여 검은 부분과 흰 부분으로 토지를 교대로 구분한 다음 검은 부분에는 A를 심고, 흰 부분에는 B를 심었다. A를 심은 부분의 넓이가 $231\,\mathrm{m}^2$일 때, B를 심은 부분의 넓이는?
(단, 울타리가 차지하는 넓이는 고려하지 않는다.) [4점]

① $210\,\mathrm{m}^2$ ② $212\,\mathrm{m}^2$ ③ $214\,\mathrm{m}^2$
④ $216\,\mathrm{m}^2$ ⑤ $218\,\mathrm{m}^2$

17. K보험사에는 다음과 같은 종신연금 상품이 있다.

○ 최초 가입시 단 한번 납입한 1억 원을 연이율 5%, 1년 단위의 복리로 계산하여 10년 후의 원리합계를 연금 준비금으로 한다.
○ 가입하여 10년이 지난 후부터 매년 A원씩 연금을 영구히 받는다.
○ n번째의 연금 A원을 연금 지급이 시작된 해의 가치로 환산하면 $\dfrac{\mathrm{A}}{(1+0.05)^{n-1}}$ 원이다.
○ 매년 받을 수 있는 연금을 연금 지급이 시작된 해의 가치로 환산하여 모두 더한 금액이 연금 준비금과 같아지도록 한다.

2005년 초에 이와 같은 종신연금에 가입했을 때, 2015년 초부터 매년 받을 수 있는 연금액은? (단, $1.05^9 = 1.55$로 계산한다.) [4점]

① 675만원 ② 725만원 ③ 775만원
④ 825만원 ⑤ 875만원

단답형(18～25)

18. 세 수 1, x, 5는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 1, y, 5는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, x^2+y^2의 값을 구하시오. [2점]

19. 실수 a에 대하여 분수부등식

$$\frac{(x-21)}{(x-a)(x-13)} \leq 0$$

을 만족시키는 자연수 x의 개수를 $f(a)$라고 할 때, $f(a)$의 최소값을 구하시오. [4점]

20. 어느 제과점에서 만드는 빵 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 평균이 $150\,\mathrm{g}$, 표준편차가 $12\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 임의추출된 빵 9개의 무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\overline{X}$가 $144\,\mathrm{g}$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면 $\frac{k}{10000}$이다. k의 값을 구하시오. [3점]

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
1.5	0.4332
2	0.4772
2.5	0.4938
3	0.4987

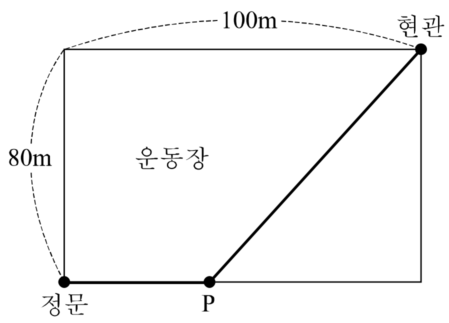
21. 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A^{10}+(A^{-1})^{10}$의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

22. 외부 공기의 온도를 T_0, 어떤 물체의 처음 온도를 T_1, t분 후의 이 물체의 온도를 T라 할 때, 다음 관계식이 성립함이 알려져 있다.

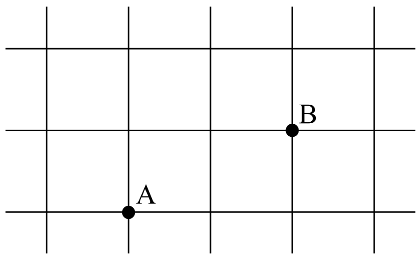
$$T=T_0+(T_1-T_0)10^{-0.02t}\ \text{(온도의 단위는 ℃)}$$

외부 공기의 온도가 20℃, 이 물체의 처음 온도가 120℃일 때, 이 물체의 온도가 25℃가 되는 것은 $\boxed{}$분 후이다. $\boxed{}$안에 알맞은 수를 구하시오. (단, 외부 공기의 온도는 변하지 않는다고 가정하고, $\log 2=0.3$으로 계산한다.) [3점]

23. K고등학교의 운동장은 가로의 길이가 100m, 세로의 길이가 80m인 직사각형 모양이다. 어떤 학생이 학교 정문을 들어선 후 그림과 같이 운동장의 가장자리를 따라 1m/초의 속력으로 걸어가다가 P지점에서부터는 2m/초의 속력으로 운동장을 가로질러 현관을 향하여 직선으로 뛰어 갔다. 이 학생이 정문에서 현관까지 가는 데 1분 30초 걸렸다면 정문에서 P지점까지의 거리는 $\boxed{}$m이다. $\boxed{}$안에 알맞은 수를 구하시오.
(단, 정문과 현관은 직사각형의 꼭지점에 위치한다.) [3점]



24. 그림과 같은 도로망에서 동점 P는 주사위를 한 번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 움직인다.



○ 3이하의 눈이 나오면 오른쪽으로 1칸 이동한다.
○ 4 또는 5의 눈이 나오면 왼쪽으로 1칸 이동한다.
○ 6의 눈이 나오면 위쪽으로 1칸 이동한다.

한 개의 주사위를 5번 던질 때, A지점에 있는 동점 P가 B지점에 있게 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 철수는 국가 대표팀의 축구 경기를 시청하고 있었다. 그런데 우리 나라 국가 대표팀이 전반전 경기를 1 : 0으로 이기고 난 후 중간 휴식 시간에 갑자기 철수네 집이 정전이 되어 후반전 경기를 시청할 수 없었다.

다음날 친구들로부터 후반전 경기까지 마친 결과 5 : 3으로 우리 나라 국가 대표팀이 승리하였다는 사실을 알게 되었지만, 두 팀이 골을 넣은 순서는 알 수 없었다. 철수는 <표1>과 같은 표를 만들어 후반전 경기에서 두 팀이 골을 넣어 가는 상황 중 한 가지를 <표2>와 같이 적어 보았다.

<표1>

구 분	국가 대표팀	상대팀
전반전	1	0
후반전		
최종 득점 결과	5	3

<표2>

구 분	국가 대표팀	상대팀
전반전	1	0
후반전	2	0
	2	1
	2	2
	2	3
	3	3
	4	3
	5	3
최종 득점 결과	5	3

이와 같이 철수가 <표1>의 어두운 부분을 완성할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

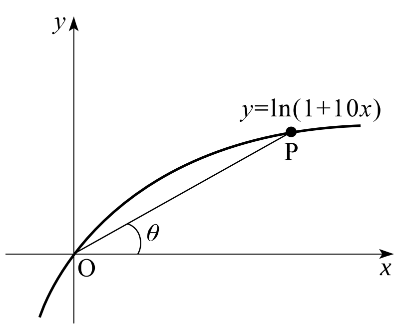
미분과 적분

26. 두 함수 $f(x)=2x$, $g(x)=\sin x$에 대하여

$\lim_{x\to 0}\frac{f(g(x))}{g(f(x))}$의 값은? [3점]

① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

27. 곡선 $y=\ln(1+10x)$ 위를 움직이는 점 P와 원점 O를 이은 선분이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 한다. 점 P가 원점 O에 한없이 가까워질 때 $\tan\theta$의 극한값은? [3점]



① 1 ② 5 ③ 10
④ e ⑤ ln10

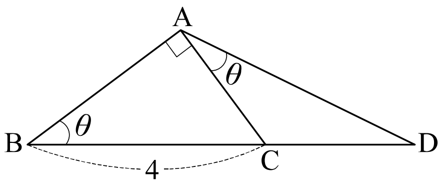
28. $0<x<\pi$에서 x에 대한 방정식

$$\cos 2x-\sin x=a(\sin x+1)$$

이 실근을 갖기 위한 실수 a 값의 범위는? [3점]

① $-1\leqq a<1$ ② $-1<a\leqq 1$
③ $a<-1$ 또는 $a\geqq 1$ ④ $-2\leqq a<0$
⑤ $a<0$ 또는 $a\geqq 2$

29. 그림과 같이 $\overline{BC}=4$, $\angle BAC=90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 선분 BC의 연장선위에 $\angle ABC = \angle CAD$ 가 되도록 점 D를 잡는다. $\angle ABC=\theta$ 라 할 때, 다음 중 선분 AD의 길이를 나타내는 것은? (단, $\angle ABC < 45°$) [4점]



① $2\tan\theta$ ② $2\tan 2\theta$ ③ $\cos 2\theta$
④ $2\cos 2\theta$ ⑤ $4\sin\theta$

단답형

30. 등식 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 θ 에 대하여 $\cos^2 2\theta = \frac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 프로야구 선수 갑과 을의 연도별 홈런 개수를 조사하여 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 잎으로 하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다.

<갑의 홈런 개수>

줄기	잎
0	8
1	3 4 6
2	3 6 8
3	3 9
4	
5	1
6	

<을의 홈런 개수>

줄기	잎
0	
1	
2	2 5
3	4 5
4	1 1 6 6 6 7 9
5	4 4 9
6	0

옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 을은 11년 동안 선수 생활을 하였다.

ㄴ. 갑의 홈런 개수의 중앙값은 23이다.

ㄷ. 을의 홈런 개수의 최빈값은 46이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

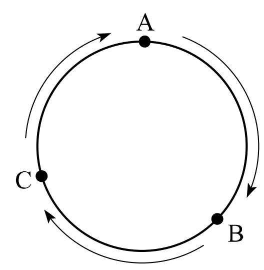
27. 2006학년도 정시모집에서 같은 모집군에 있는 세 대학 A, B, C의 영역별 가중치는 아래의 표와 같다.

대학 \ 영역	수리	외국어	과학탐구
A	30%	20%	50%
B	40%	10%	50%
C	20%	20%	60%

수리 영역, 외국어 영역, 과학탐구 영역의 표준점수가 각각 125점, 130점, 100점인 학생의 가중평균 점수가 높은 대학부터 순서대로 나열한 것은? [3점]

① A, B, C　② A, C, B　③ B, A, C
④ B, C, A　⑤ C, A, B

28. 그림과 같이 둘레의 길이가 3인 원을 삼등분하는 세 점 A, B, C가 있고, 각 점 위를 움직이는 말이 있다. 이 말은 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오면 시계방향으로 1만큼 움직이고, 짝수의 눈이 나오면 그 수만큼 시계방향으로 움직인다.



예를 들면, 말이 A에서 출발할 때 주사위를 던져 3이 나오면 B로 움직이고, 다시 주사위를 던져 2가 나오면 B에서 A로 움직인다.

A에서 출발한 말이 주사위를 n번 던진 후 A, B, C에 있을 확률을 각각 p_n, q_n, r_n이라 하면

$$p_{n+1} = a\,p_n + b\,q_n + c\,r_n$$

이 성립한다. 세 상수 a, b, c의 곱 abc의 값은? [3점]

① $\frac{1}{15}$　② $\frac{1}{18}$　③ $\frac{1}{27}$　④ $\frac{1}{36}$　⑤ $\frac{1}{54}$

29. 다음 표는 0부터 255까지의 정수를 이진법의 수로 나타낸 것이다.

십진법	이진법
0	0
1	1
2	1 0
3	1 1
⋮	⋮
36	1 0 0 1 0 0
⋮	⋮
255	1 1 1 1 1 1 1 1

이 중에서 3, 36과 같이 두 개의 자리의 수만이 1인 모든 정수들의 평균은? [4점]

① $\frac{127}{4}$ ② $\frac{125}{2}$ ③ $\frac{127}{2}$
④ $\frac{255}{4}$ ⑤ $\frac{255}{2}$

단답형

30. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 10장의 카드에서 임의로 3장의 카드를 뽑았을 때 나오는 세 수의 중앙값이 7일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 원소의 개수가 6인 집합을 공집합이 아닌 두 개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는? [3점]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

27. 7개의 바둑돌이 담긴 주머니에서 한 번에 한 개 또는 두 개의 바둑돌을 꺼내기로 하였다. 주머니 안의 바둑돌이 모두 없어질 때까지 바둑돌을 꺼내는 방법의 수는? [3점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

28. 정육면체의 모서리 위에 있는 두 점 A, B에 대하여 $d(\mathrm{A},\mathrm{B})$를 다음과 같이 정의한다.

$d(\mathrm{A},\mathrm{B})=$ (A에서 모서리를 따라 B까지 갈 때의 최단거리)

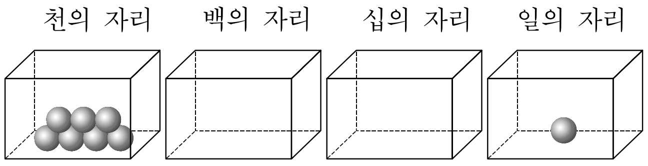
모서리의 길이가 1인 정육면체의 모서리 위에 n개의 점 $\mathrm{P}_1,\ \mathrm{P}_2,\ \mathrm{P}_3,\ \cdots,\ \mathrm{P}_n$을

$$d(\mathrm{P}_k,\mathrm{P}_l)\geq 1\ (k,\ l\text{은 } n\text{ 이하의 서로 다른 자연수})$$

이 되도록 잡을 때, n의 최대값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

29. 7001의 각 자리의 숫자의 합은 8이 된다. 이때, 각 자리를 상자로 생각하면 7001은 네 개의 상자에 그림과 같이 8개의 공을 넣는 것으로 생각할 수 있다.

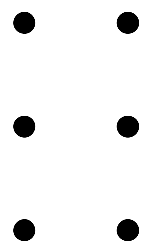


이를 이용하여 0부터 9999까지의 정수 중에서 각 자리의 숫자의 합이 8이 되는 정수의 개수를 구하면? [4점]

① 162　② 165　③ 168　④ 171　⑤ 174

단답형

30. 시각장애인을 위한 문자 체계의 하나인 브라유 점자는 그림과 같은 6개의 점으로 구성되어 있으며, 이 점들 중 볼록하게 튀어나온 점들의 개수와 위치로 한 문자를 결정한다. 이때, 적어도 하나의 점은 튀어나와야 한다. 브라유 점자 체계에서 표현가능한 문자의 개수를 구하시오. [4점]



※ 확인 사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.