

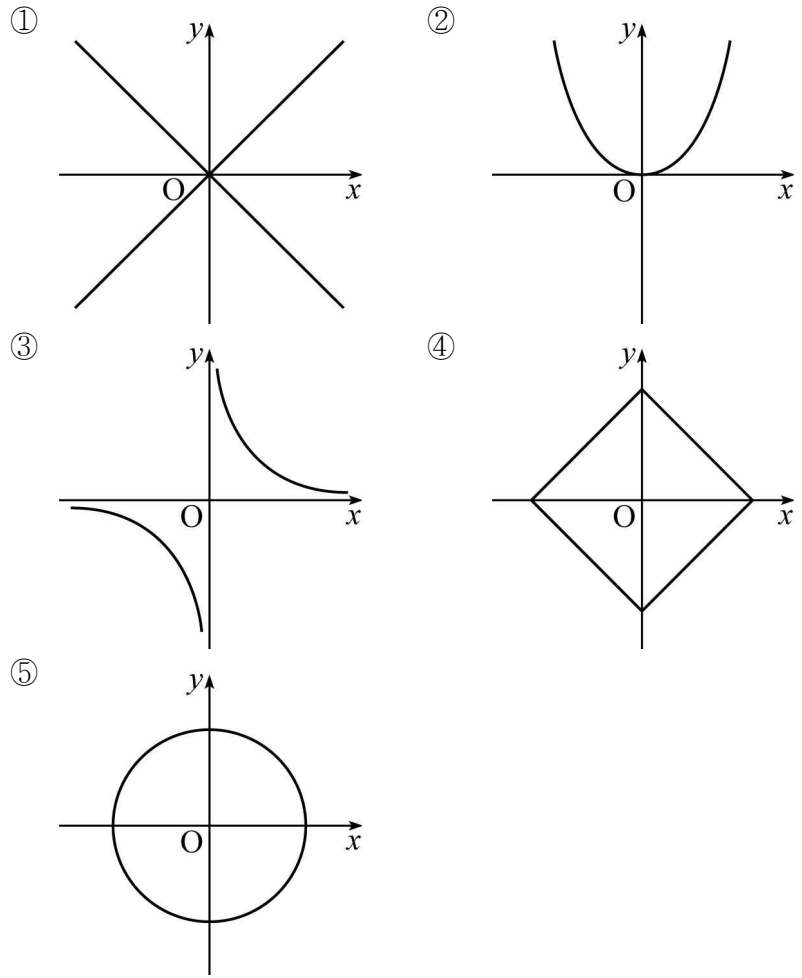
5. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2^\alpha \cdot 2^\beta + \log_2 \alpha + \log_2 \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 17
- ② 18
- ③ 19
- ④ 20
- ⑤ 21

6. 상용로그 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라고 정의할 때, $f(20) + f(300) + f(5000)$ 의 값은? [3점]

- ① $\log 20$
- ② $\log 30$
- ③ $\log 40$
- ④ $\log 50$
- ⑤ $\log 60$

7. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} x+2 & 1-y \\ 1+y & x-2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 두 실수 x, y 에 대하여 좌표평면에서 점 (x, y) 가 그리는 도형은? [3점]



8. 두 이차정사각행렬 A, B 가 $AB = -BA$ 를 만족할 때, 항상 성립하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $(AB)^2 = A^2B^2$
 - ㄴ. $(A+B)^2 = A^2+B^2$
 - ㄷ. $(A-B)^2 = (A+B)^2$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다음은 연속하는 $2n+1$ 개의 자연수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n+1}$ 에 대하여

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{n+1}^2 = a_{n+2}^2 + a_{n+3}^2 + a_{n+4}^2 + \dots + a_{2n+1}^2$$

이 성립할 때, a_{n+1} 을 구하는 과정이다. 안에 알맞은 것은?(단, n 은 자연수) [3점]

$a_{n+1} = x$ 로 놓으면 x 는 연속하는 $2n+1$ 개의 자연수 중에서 가운데 수이므로

$$x^2 + \sum_{k=1}^n (x-k)^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2$$

$$x^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2 - \sum_{k=1}^n (x-k)^2$$

이 식을 정리하면

$$x^2 = \text{□} x$$

그런데 $x \neq 0$ 이므로 $x = \text{□}$

따라서 $a_{n+1} = \text{□}$

- ① $\frac{n(n-1)}{2}$ ② $\frac{n(n+1)}{2}$ ③ $n(n+3)$
 ④ $2n(n-1)$ ⑤ $2n(n+1)$

10. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 네 직선 $x=0, y=0, y=x, y=-x$ 와 만나는 점

중 하나를 $P(a, b)$, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 가 직선 $y=x$ 와 만나는 점 중 하나

를 $Q(c, d)$ 라 하자. 두 점 P, Q 의 x, y 좌표를 성분으로 하는 행렬

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A 의

역행렬이 존재하도록 하는 점 P 는 모두 몇 개인가? [4점]

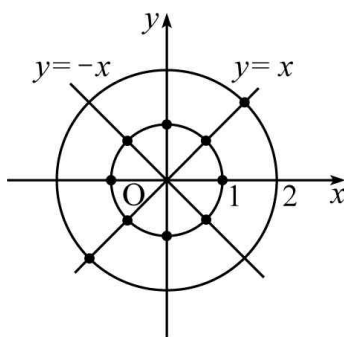
① 4개

② 5개

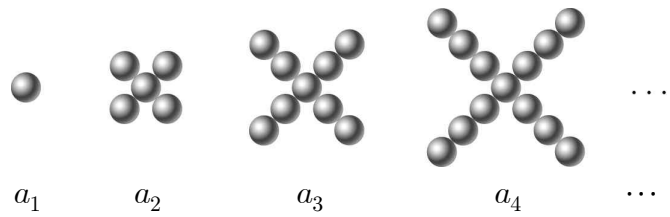
③ 6개

④ 7개

⑤ 8개



11. 다음 그림과 같은 규칙으로 개수를 증가시키면서 구슬을 배열해 나갈 때, 구슬의 개수를 왼쪽부터 차례로 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 라 하자.



이 때, 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

- < 보기 >
 ㄱ. $a_{n+1} - a_n = 4 (n = 1, 2, 3, \dots)$
 ㄴ. $a_{20} = 75$
 ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 190$

- ① ㄱ
 ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ
 ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 자연수 n 에 대하여 4^n 을 10으로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자.

이 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n}$ 의 합은? [4점]

- ① $\frac{23}{90}$
 ② $\frac{47}{90}$
 ③ $\frac{23}{99}$
 ④ $\frac{46}{99}$
 ⑤ $\frac{91}{99}$

13. 다음은 상용로그 $\log A$ 의 가수가 0이 아닐 때, $\log 10A$ 의 지표와 $\log \frac{10}{A}$ 의 지표의 합은 A 의 값에 관계없이 항상 일정함을 증명한 것이다.

(증명)
 $\log A$ 의 지표를 n , 가수를 $\alpha(0 < \alpha < 1)$ 라 하면,
 $\log A = n + \alpha$ 이다.
 $\log 10A = \log 10 + \log A = 1 + n + \alpha$
 에서 $\log 10A$ 의 지표는 (가)이다.
 또, $\log \frac{10}{A} = \log 10 - \log A = 1 - n - \alpha$
 에서 $\log \frac{10}{A}$ 의 지표는 (나)이다.
 따라서 $\log 10A$ 와 $\log \frac{10}{A}$ 의 지표의 합은 항상 (다)이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	n	$-n$	0
②	n	$1-n$	1
③	$1-n$	$1+n$	2
④	$1+n$	$-n$	1
⑤	$1+n$	$1-n$	2

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$$

이 성립함을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(증명)
 (i) $n=1$ 일 때
 (좌변) $= 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$, (우변) $= \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 6$
 이므로 주어진 등식이 성립한다.
 (ii) $n=i(i \geq 1)$ 일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^i k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3) \dots \textcircled{1}$$
 $\textcircled{1}$ 의 양변에 (가)을(를) 더하면

$$\sum_{k=1}^{i+1} k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3) + \text{[가]}$$

$$= \text{[나]}$$
 따라서 $n=i+1$ 일 때에도 주어진 등식이 성립한다.
 (i), (ii)에 의해 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)
①	$i(i+1)(i+2)$	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$
②	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)$	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$
③	$\frac{1}{4} (i+1)(i+2)(i+3)$	$\frac{1}{4} (i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$
④	$(i+1)(i+2)(i+3)$	$\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$
⑤	$(i+1)(i+2)(i+3)$	$\frac{1}{4} (i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$

15. 수열의 극한에 대한 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

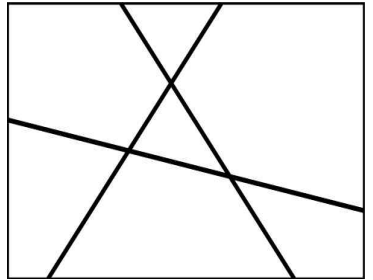
- < 보 기 >
- ㄱ. 수열 $\{a_n + 2\}$ 가 수렴하면 수열 $\{a_n\}$ 도 수렴한다.
 - ㄴ. 수열 $\{|a_n|\}$ 이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$ 도 수렴한다.
 - ㄷ. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AX = kX$ 를 만족하는 두 양수 x, y 가 존재하도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 3
- ④ 6
- ⑤ 9

17. 영희는 선분으로 도화지를 몇 개의 영역으로 분할하고, 각 영역에 한 가지 색으로 칠한 구성 작품을 만들려고 한다. 그림과 같이 도화지에 3개의 선분을 그렸더니, 도화지가 7개의 영역으로 분할되어 7가지 색을 칠한 작품을 만들 수 있었다.

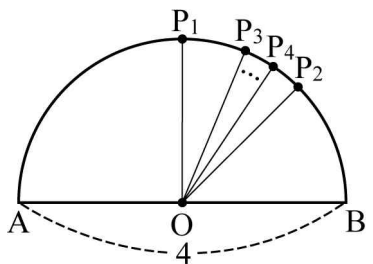


29가지 색을 칠한 구성 작품을 만들려면 도화지에 최소한 몇 개의 선분을 그어야 하는가?

(단, 선분의 시작과 끝은 항상 도화지의 가장자리이다.) [4점]

- ① 5개
- ② 6개
- ③ 7개
- ④ 8개
- ⑤ 9개

18. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB가 지름이고 점 O가 중심인 반원이 있다. 호 \widehat{AB} 의 이등분점을 P_1 , 호 $\widehat{BP_1}$ 의 이등분점을 P_2 , 호 $\widehat{P_1P_2}$ 의 이등분점을 P_3 이라 하자.



이와 같은 방법으로 계속하여 호 $\widehat{P_nP_{n+1}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)의 이등분점을 P_{n+2} 라 하자. 부채꼴 AOP_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, 부채꼴에서 중심각의 이등분선이 호와 만나는 점을 호의 이등분점이라 한다.) [4점]

- ① $\frac{6}{5}\pi$
- ② $\frac{4}{3}\pi$
- ③ $\frac{7}{5}\pi$
- ④ $\frac{8}{5}\pi$
- ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

19. 열이 드나들지 못하도록 절연재료로 가두어진 상태에서 기체가 팽창 또는 압축되는 것을 단열과정이라 한다. 산소 기체의 단열과정에서 부피 V 와 압력 P 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P \cdot V^{1.5} = C \text{ (단, } C \text{는 상수)}$$

이 단열과정에서 산소 기체의 부피가 처음의 4배가 되면 압력은 처음의 몇 배가 되겠는가? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

20. 천체의 거리를 표현하는 방법의 하나로 별의 겉보기등급과 절대등급과의 차이인 ‘거리지수’라는 것이 있다. 어떤 별의 겉보기등급을 m 등급, 절대등급을 M 등급, 지구로부터의 거리를 r (단위 pc)라 하면,

$$(\text{거리지수}) = m - M = a + 5 \log_{10} r \text{ (단, } a \text{는 상수)}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 거문고자리의 직녀성은 겉보기등급이 0.0 등급, 절대등급이 0.5 등급이고, 지구로부터의 거리는 $10^{0.9}$ (pc)이다.

이 때, 겉보기등급은 2 등급이고 절대등급이 -4.5 등급인 별의 지구로부터의 거리는? [4점]

- ① $10^{1.5}$ (pc)
- ② $10^{1.8}$ (pc)
- ③ $10^{2.3}$ (pc)
- ④ $10^{2.6}$ (pc)
- ⑤ $10^{2.8}$ (pc)

21. 행렬을 이용하여 한글의 각 음절을 다음 순서에 따라 암호화하려고 한다.

- I. 음절의 자음과 모음을 표기 순서에 따라 아래 표를 이용하여 수로 대응시킨다.
- II. 음절에 대응하는 수가 차례로 a, b, c, d 이면 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 를 만든다.
이 때, 대응되는 숫자가 2개인 경우는 $c = d = 0$, 3개인 경우는 $d = 0$ 으로 한다.
- III. 위에서 만든 행렬 A 에 어떤 이차정사각행렬 X 를 곱한 AX 의 성분으로 최종 암호화한다.

자음	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	ㅎ	기	디	비	씨	ㅈ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

모음	ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅞ	ㅟ	ㅠ	ㅡ	ㅢ	ㅣ	ㅤ	ㅥ	ㅦ		
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

예를 들어 ‘사건’의 각 음절에 해당하는 행렬은 각각 $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 이고, 행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 를 곱하여 암호화 하면,

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{하}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{놀}$$

이므로 ‘사건’은 ‘하놀’로 암호화된다

행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 을 곱하여 암호화할 때, ‘인컬’로 암호화되는 글자는? [4점]

- ① 성분
- ② 직선
- ③ 원뿔
- ④ 진법
- ⑤ 실근

단답형(22~30)

22. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (3a_k + 2)$ 의 값을 구하시오. [2점]

23. 두 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 수렴하고

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 6, \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 2$$

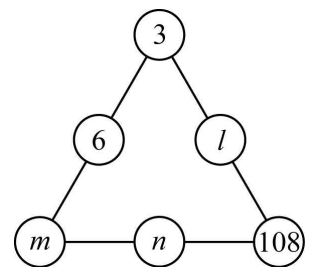
일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다음과 같이 자연수 n 의 세제곱을 n 개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 수 있다. 22^3 을 22개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 때, 가장 작은 홀수 a 와 가장 큰 홀수 b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

$1^3 = 1$
$2^3 = 3 + 5$
$3^3 = 7 + 9 + 11$
$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$
⋮
$22^3 = a + (a+2) + \dots + (b-2) + b$
⋮

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^{100} 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

26. 오른쪽 그림은 6개의 자연수를 정삼각형의 꼭지점과 각 변의 중점에 배열한 것이다. 각 변의 중점에 놓인 수가 그 변의 양 끝점에 놓인 두 수의 등비중항일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

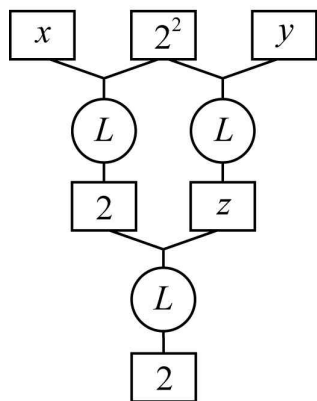
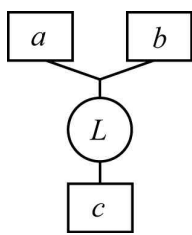


27. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여

$$\log_a b = c$$

를 오른쪽 그림과 같이 나타내기로 한다.

아래 그림의 x, y, z 의 값에 대하여 $x + y + z$ 의 값을 구하시오. [4점]



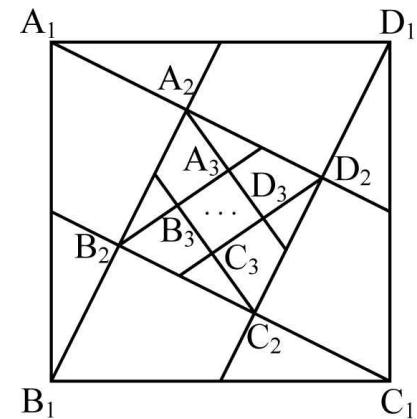
28. $\log 1.5 = 0.1761$, $\log 2.4 = 0.3802$ 일 때,
 $\log A = 2.5563$ 을 만족시키는 A 의 값을 구하시오. [4점]

29. 이차방정식 $x^2 - \frac{1}{2}ax + 1 = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하고, 이차방정식 $x^2 - \frac{1}{2}bx + 2 = 0$ 의 두 근을 $p, q (p < q)$ 라 하자. 네 수 α, p, β, q 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 두 양수 a, b 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 넓이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 각 변의 중점과 꼭지점을 이은 선분으로 둘러싸인 정사각형을 $A_2B_2C_2D_2$ 라 하고, 다시 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 각 변의 중점과 꼭지점을 이은 선분으로 둘러싸인 정사각형을 $A_3B_3C_3D_3$ 이라 하자.

이와 같은 방법으로 계속하여 만든 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$

($n = 1, 2, 3, \dots$)의 넓이를 S_n 이라 할 때, $100 \sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.