2005학년도 인천광역시 학업성취도평가 문제지

고 3

수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명		수험번호						3					1

◦ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
◦ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
◦ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
◦ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
◦ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
◦ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $2^x=7$, $7^{\frac{y}{2}}=16$ 일 때, xy 의 값은? [2점]

① 2
② 4
③ 8
④ 16
⑤ 32

2. $A=\begin{pmatrix}4 & -3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 $A^{-1}B$의 모든 성분의 합은? (단, A^{-1}는 A 의 역행렬이다.) [2점]

① 3
② 4
③ 5
④ 6
⑤ 7

3. 방정식 $\cos x-x+1=0$이 오직 하나의 실근을 가질 때, 다음 중 실근이 존재하는 구간은? [2점]

① $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$
② $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$
③ $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$
④ $\left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$
⑤ $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

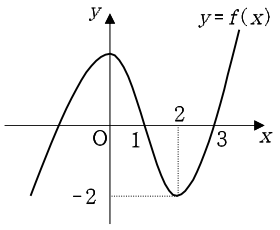
4. 어느 고등학교에서 선택과목별로 반편성을 하려고 한다. A, B 과목 중 한 과목과 C, D 과목 중 한 과목을 반드시 선택하도록 하여 희망 과목을 조사하였더니 표와 같았다.

과목	A	B	계
C	24	20	44
D	30	26	56
계	54	46	100

D 과목을 희망한 학생 중 임의로 1명을 뽑을 때, 그 학생이 A 과목을 희망한 학생일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{11}$
② $\frac{6}{11}$
③ $\frac{13}{28}$
④ $\frac{15}{28}$
⑤ $\frac{27}{50}$

5. 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$g(x)=xf(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f'(2)=0$) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(1)+g'(1)>0$
ㄴ. $g(2)g'(2)>0$
ㄷ. $f(3)+g'(3)>0$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

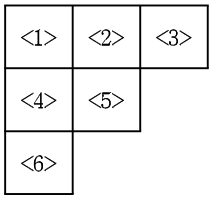
6. $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$일 때, $\sum_{n=1}^{100}(n!+n)$의 일의 자리 수는? [4점]

① 0
② 3
③ 6
④ 8
⑤ 9

7. 한 변의 길이가 1인 정사각형 12개를 그림과 같이 배치하여 나타나는 24개의 점들 중 임의의 2개의 점을 선택하여 선분을 만들 때, 선분의 길이가 $\sqrt{10}$일 확률은? [4점]

① $\frac{2}{69}$
② $\frac{4}{69}$
③ $\frac{2}{23}$
④ $\frac{8}{69}$
⑤ $\frac{10}{69}$

8. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다.
예를 들어, <1>의 경우에는 <2>와 <4>가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6>은 이웃하지 않는 우리이다. 이 때, 6마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는? [3점]



① 112
② 120
③ 184
④ 216
⑤ 432

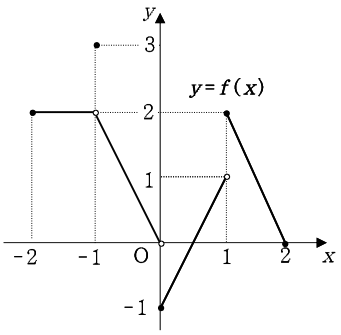
9. 확률변수 Z가 표준정규분포 $N(0, 1^2)$을 따를 때, 표준점수 $T=20Z+100$이라고 하자. 어느 고등학교 3학년을 대상으로 한 학업성취도평가 점수는 정규분포를 따르고, 어느 한 학생의 원점수와 각 영역의 평균, 표준편차는 표와 같다.

구분 \ 영역	A	B	C
원점수	70	65	57
평균	60	55	45
표준편차	20	10	16

원점수에 대한 표준점수가 가장 큰 영역과 가장 작은 영역의 표준점수의 차는? [3점]

① 8
② 10
③ 12
④ 14
⑤ 16

10. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$의 그래프가 있다.



위 그래프에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $-2 \leqq x \leqq 2$) [3점]

〈보 기〉

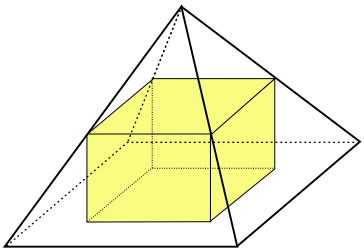
ㄱ. 불연속점의 개수는 3 개이다.
ㄴ. 극한값이 존재하지 않는 점의 개수는 3 개이다.
ㄷ. 함수 $f(x)$는 폐구간 $[-2,2]$에서 최대값과 최소값이 존재한다.

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. $2 \leqq x \leqq 16$에서 $\log_2 x + \frac{12}{\log_2 x} - \log_x y = 6$을 만족시키는 y의 최대값을 a, 최소값을 b라고 할때, $\frac{a}{b}$의 값은? [4점]

① 2
② 4
③ 8
④ 16
⑤ 32

12. 모든 모서리의 길이가 3인 정사각뿔에 내접하는 직육면체의 부피의 최대값은? [4점]



① $2\sqrt{2}$
② $3\sqrt{2}$
③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}$
⑤ $6\sqrt{2}$

13. 서로 다른 자연수 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$에 대하여 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 2340$을 만족시키는 n의 최대값을 찾는 과정이다.

$\sum_{k=1}^{m} k^2 > 2340$을 만족시키는 자연수의 m의 최소값은 [(가)]이다.

따라서, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 2340$을 만족시키는 n의 최대값은 - [1 (가)보다] 작거나 같다.

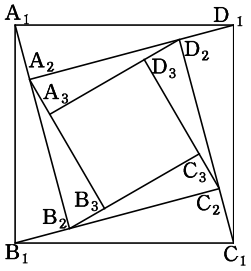
한편, $\sum_{k=1}^{20} k^2 - (19^2 + $ [(나)] $) = 340$ 이므로

n의 최대값은 [(다)]이다.

위 과정에서 (가), (다)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(다)
①	19	17
②	19	18
③	20	18
④	20	19
⑤	20	20

14. 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 합동인 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합과 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$의 넓이가 같도록 만들고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 내부에 같은 방법으로 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$을 만든다. 이와 같은 과정을 한없이 반복하여 만들어진 정사각형 $A_n B_n C_n D_n$ 의 넓이를 S_n이라 할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 합은? [3점]



① 2

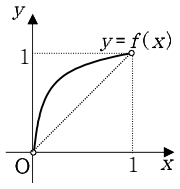
② $\frac{9}{4}$

③ $\frac{5}{2}$

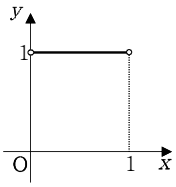
④ $\frac{11}{4}$

⑤ 3

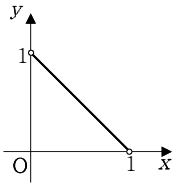
15. $0 < x < 1$ 에서 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $f_n(x)$을 $f_1(x) = f(x)$, $f_{n+1}(x) = (f \circ f_n)(x)$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$와 같이 정의하기로 한다. 이 때, $y = \lim_{n \to \infty} f_n(x)$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? [4점]



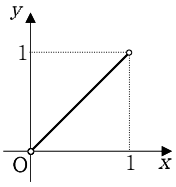
①



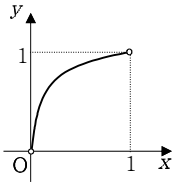
②



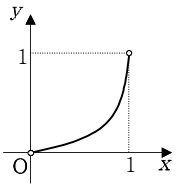
③



④



⑤



16. $n \geqq 5$인 자연수 n에 대하여 부등식 $\frac{n}{2} > \log_2 n$이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명하는 과정이다.

$\frac{n}{2} > \log_2 n$ ····· ①

(1) $n=5$일 때,

(좌 변) - (우 변) $= \frac{5}{2} - \log_2 5 =$ (가) $\log_2 5 > 0$

따라서, (좌변) > (우변)이 되어 부등식 ①은 $n=5$일 때 성립한다.

(2) $n=k$ ($k \geqq 5$)일 때, 부등식 ①이 성립한다고 가정하면

$\frac{k}{2} > \log_2 k$ ②

부등식 ②의 양변에 (나)을(를) 더하면

(다) > $\log_2$ k(나)

(다) > $\log_2 \sqrt{2}k > \log_2(k+1)$

따라서, 부등식 ①은 $n=k+1$일 때도 성립한다.

(1), (2)에 의하여 부등식 ①은 $n \geqq 5$인 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 들어갈 내용을 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\log_2 2\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{k+1}{2}$
②	$\log_2 2\sqrt{2}$	1	$k+1$
③	$\log_2 4\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{k+1}{2}$
④	$\log_2 4\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	$k+1$
⑤	$\log_2 4\sqrt{2}$	2	$k+1$

17. 지진 발생시 에너지의 세기를 나타내는 척도인 리히터 규모 M과 그 에너지 E 사이에는 $\log_{10} E = 11.8 + 1.5M$인 관계식이 성립한다. 어느 해안에서 처음 발생한 규모 9.0인 지진의 에너지를 E_1, 며칠 후 발생한 규모 5.0인 지진의 에너지를 E_2라 할 때, $\frac{E_1}{E_2}$의 값은? [3점]

① 10^4

② $10^{\frac{9}{2}}$

③ 10^5

④ $10^{\frac{11}{2}}$

⑤ 10^6

단답형

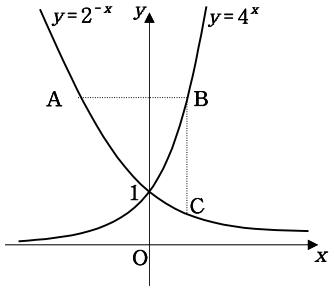
18. 연립부등식 $\begin{cases} (x+1)(x-1) \geqq 0 \\ \dfrac{28}{x+2} \leqq 9-x \end{cases}$ 를 만족시키는 실수 x 의 최대값을 M, 최소값을 m 이라 할 때, Mm의 값을 구하시오. [3점]

19. 무리방정식 $x-\sqrt{x-3}=3$을 만족시키는 모든 근의 합을 구하시오. [3점]

20. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_6+a_{11}+a_{15}+a_{20}=32$일 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{25}$의 합을 구하시오. [3점]

21. 무한급수 $a_1+\left(a_2-\frac{1}{2}\right)+\left(a_3-\frac{2}{3}\right)+\left(a_4-\frac{3}{4}\right)+\cdots$가 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하시오. [3점]

22. 그림과 같이 $y=2^{-x}$의 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 $y=4^x$의 그래프와 만나는 점을 B , 점 B 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 $y=2^{-x}$과 만나는 점을 C 라 한다. 선분 A B 의 길이가 2 이고, 선분 B C 의 길이를 l 이라 할 때, $4l^3$의 값을 구하시오. [4점]



23. 2000보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하시오. [4점]

24. 두 양수 a, b 에 대하여 x, y에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+1 & 8 \\ 2 & b+1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=y=0$ 이외의 해를 갖는다고 할 때, $a+b$ 의 최소값을 구하시오. [4점]

25. 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(1)=0$, $\lim_{x\to 1}\frac{\{f(x)\}^2-2f(x)}{1-x}=10$을 만족시킬 때, $x=1$ 에서의 미분계수 $f'(1)$의 값을 구하시오. [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. 다음 중 $\cos 310° + \cos 190°$와 같은 값은? [3점]

① $\sin 20°$
② $\cos 20°$
③ $-\sin 70°$
④ $\cos 70°$
⑤ $-\cos 70°$

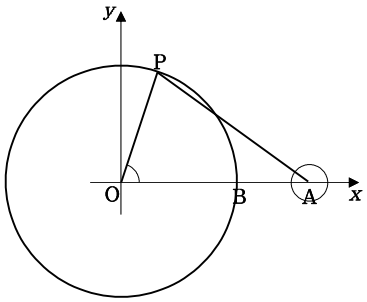
27. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ 일 때, $\sqrt{2}\sin\alpha + 2\cos\beta$ 의 최대값은? [4점]

① $\sqrt{6}$
② $2\sqrt{2}$
③ $\sqrt{10}$
④ $2\sqrt{3}$
⑤ 4

28. $\lim_{x \to 0} \frac{ax \sin 2x}{\cos x - 1} = 8$일 때, a 의 값은? [3점]

① -2
② -1
③ 1
④ 2
⑤ 3

29. 그림과 같이 제 1사분면에서 중심이 원점이고 반지름이 1 인 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $2\angle PAO=\angle POA$가 되도록 x 축 위에 점 A 를 잡는다. 이 때, $\lim_{P\to B}\overline{OA}$ 의 값은? (단, B (1, 0)) [4점]



① 3
② 4
③ 5
④ 6
⑤ 7

단답형

30. 이차방정식 $2x^2-px+1=0$의 두 근이 $\tan\alpha, \tan\beta$ 일 때, $\tan(\alpha+\beta)=3$을 만족시키는 p 의 값을 구하시오. [3점]

※ 확인사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 어떤 자료에 대한 10의 자리의 수를 줄기로, 1의 자리의 수를 잎으로 하는 줄기와 잎 그림을 누적도수분포표로 나타내려고 한다. 이때, A의 값은? [3점]

<줄기와 잎 그림>

줄기	잎
1	2 3 8
2	4 4 5 7 8 9 9
3	0 5 6 6 8
4	1 3 7
5	5 6 9 9
6	0 0 3

<누적도수분포표>

계급	누적도수
$10^{이상}\sim20^{미만}$	
20 ~ 30	
30 ~ 40	A
40 ~ 50	
50 ~ 60	
60 ~ 70	

① 5
② 10
③ 13
④ 15
⑤ 18

27. 다음은 두 학생 A, B가 한 개의 주사위를 5번 던져서 나온 눈의 수를 기록한 표이다.

시행 / 학생	1회	2회	3회	4회	5회
A	1	6	5	4	4
B	2	3	3	1	6

위 표에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

〈보 기〉
ㄱ. 나온 눈의 수의 중앙값은 A가 B보다 크다.
ㄴ. 나온 눈의 수의 평균은 A가 B보다 크다.
ㄷ. 나온 눈의 수의 분산은 A가 B보다 작다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 임의의 두 사건 A, B에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보 기〉
ㄱ. $0 \leqq P(A) \leqq 1$
ㄴ. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
ㄷ. $P(A \cup B) \leqq P(A) + P(B)$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄷ

29. 세 명의 양궁 선수가 화살을 한 번 쏘아 10점 과녁에 맞힐 확률이 각각 $\frac{4}{5}$, p, $\frac{2}{5}$ 이다. 적어도 한 사람이 10점 과녁에 맞힐 확률이 $\frac{119}{125}$ 일 때, p 의 값은? [4점]

① $\frac{3}{5}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{5}{7}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{7}{9}$

단답형

30. 어느 대학의 대학수학능력시험 영역별 표준점수에 대한 가중치와 A 학생의 대학수학능력시험에서 얻은 표준점수를 나타낸 표이다.

영역	언어 영역	수리 영역	외국어 영역
가중치(%)	20	40	40
A의 표준점수(점)	110	130	125

이 때, A 학생의 가중치에 대한 표준점수의 가중평균을 구하시오. [3점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 같은 종류의 7 개의 공과 3 개의 상자가 있다. 공을 상자에 모두 나누어 넣으려고 할 때, 빈 상자가 없도록 넣는 방법의 수는? [3점]

① 4
② 5
③ 6
④ 7
⑤ 8

27. 한 변의 길이가 10㎝인 정삼각형 내부에 5 개의 점을 임의로 찍을 때, 두 점 사이의 거리가 a㎝ 를 넘지 않는 두 점이 반드시 존재한다. 이 때, a 의 값은? [4점]

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

28. 서로 다른 종류의 7 송이 꽃이 있다. 2 송이, 2 송이, 3 송이씩 포장하여 3 명의 친구에게 각각 선물하는 방법의 수는? [3점]

① 600
② 610
③ 620
④ 630
⑤ 640

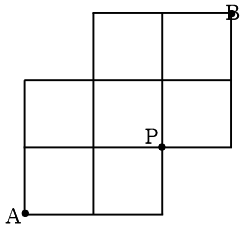
수리 영역 (가형)

29. 1층에서 5 명이 엘리베이터를 타고 출발하였다. 이들은 4 층부터 7 층까지 어느 한 층에서 내리며 7 층에서는 엘리베이터에 남은 사람들은 모두 내린다. 이 때, 내리는 모든 방법의 수는? (단, 2 , 층은 멈추지 않으며 어느 한 층에서 모두 내릴 수도 있다.) [4점]

① 800
② 1010
③ 1024
④ 1204
⑤ 2048

단답형

30. 그림과 같은 도로망이 있다. A 지점에서 P 를 거치지 않고 B 지점으로 갈 때, 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하시오. [3점]



※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.