

5. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $AB=BA, AB-A+B=O$ 가 성립할 때, $A+E$ 의 역행렬은? (단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬이다.)

[3점]

- ① $B+E$
- ② $B-E$
- ③ $A+B$
- ④ $-B+E$
- ⑤ $-B-E$

6. 두 다항식 A, B 가 있다. A 를 B 로 나누었을 때 몫을 Q , 나머지를 R 이라 하면 A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R 의 최대공약수와 같음을 증명한 것이다.

<증명>

(i) 두 다항식 A 와 B 의 최대공약수를 G 라 하면

$$A = aG, B = bG \quad (a, b \text{는 서로 소}) \text{이다.}$$

이 때, A 를 B 로 나눈 몫이 Q 나머지가 R 이므로 $A = BQ + R$ 이고

$$R = A - BQ = aG - bGQ = G(a - bQ) \text{이다.}$$

$\therefore G$ 는 B 와 R 의 (가)이다.

(ii) b 와 $a - bQ$ 가 서로 소가 아니라고 가정하면,

$$b = mk, a - bQ = mk' \quad (k, k' \text{은 서로 소})$$

이 때, $a = bQ + mk' = \text{(나)} \times (kQ + k')$ 이므로

(나)는 a, b 의 공약수가 되어

□□ (중략)

$\therefore b$ 와 $a - bQ$ 는 (다)

(i), (ii)에 의하여 G 는 B 와 R 의 최대공약수이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 내용을 바르게 짝지은 것은? [3점]

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> | <u>(다)</u> |
|---|------------|------------|------------|
| ① | 공약수 | m | 서로 소이다. |
| ② | 공배수 | 1 | 서로 소가 아니다. |
| ③ | 공약수 | m | 서로 소가 아니다. |
| ④ | 공배수 | m | 서로 소이다. |
| ⑤ | 공약수 | 1 | 서로 소가 아니다. |

7. 거듭제곱근에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ. $\sqrt[3]{2}$ 는 2의 세제곱근이다.

ㄴ. $a > 0, b > 0$ 이고 n 이 1보다 큰 자연수일 때,

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \text{이다.}$$

ㄷ. 16의 네제곱근 중 실수는 2개뿐이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 원 $x^2 - 2x + y^2 - 4y - 4 = 0$ 밖의 한 점 $A(7, 10)$ 에서 원 위의 임의의 점 P 까지의 거리가 자연수인 점 P 의 개수는? [3점]

- ① 7
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

9. x 에 대한 다항식 x^6 을 $x+2$ 로 나눈 나머지가 a 이고 2003^6 을 2005 로 나눈 나머지가 b 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

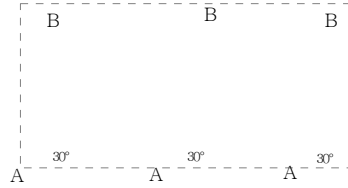
- ① 64
- ② 84
- ③ 108
- ④ 116
- ⑤ 128

10. a, b, c, d 가 실수일 때,

점 $P(a, b)$ 는 직선 $x+2y=4$ ($x \geq 0, y \geq 0$)위를 움직이고 $a-bi=d+ci$ 를 만족한다. 이 때, 점 $Q(c, d)$ 가 그리는 그래프의 개형은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

11. 그림과 같이 높이가 모두 50인 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥이 있다. 이 세 직각기둥의 밑면의 한 점 A에서 밑면의 모서리와 30° 의 각을 유지하면서 윗면의 한 점 B까지 걸면을 따라 선을 그었다. 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥의 걸면에 그어진 선분의 길이를 각각 a, b, c 라 할 때, a, b, c 의 대소관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]



- ① $c > a = b$
- ② $a = b = c$
- ③ $c > b > a$
- ④ $b > c > a$
- ⑤ $b = c > a$

12. 1보다 큰 임의의 두 실수 x, y 에 대하여 연산 $*$ 를 $x*y = \log_x y$ 와 같이 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

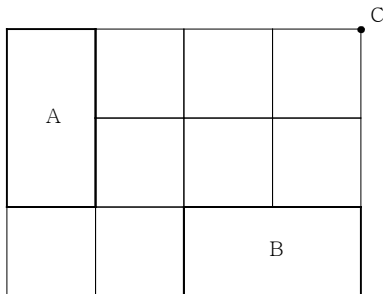
- <보 기>
- ㄱ. $x*y = y*x$
 - ㄴ. 임의의 자연수 n 에 대하여 $x*y^n = n(x*y)$
 - ㄷ. $x > y$ 일 때, $x*y < y*x$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 한국 고등학교 2학년 A반과 B반이 농구 시합을 하였다.
 전반전은 A반이 B반보다 9점을 뒤지고 있다가 후반전에서는
 A반이 B반보다 2배의 점수를 얻어 53 대 46으로 이겼다.
 A반이 전반전에 얻은 점수를 x , 후반전에 얻은 점수를 y 라
 할 때, x 와 y 에 대한 연립방정식을 행렬로 나타내어 구하면
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} 53 \\ 46 \end{pmatrix}$ 이다. 이 때, 행렬 P 는? [3점]

- ① $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

14. 두 변의 길이가 각각 2, 4인 두 직사각형 A, B와 한 변의
 길이가 2인 정사각형 8개를 그림과 같이 배열하였다.



이 때, 두 직사각형 A와 B의 넓이를 동시에 이등분하는
 직선과 점 C 사이의 거리는? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{21\sqrt{29}}{29}$
- ④ $\frac{31\sqrt{34}}{34}$
- ⑤ $\frac{32\sqrt{37}}{37}$

15. 다음은 $\log_{10} A = m + \alpha$, $\log_{10} \frac{10}{A} = n + \beta$ 의 지표가 각각 m, n 일 때,
 $m^2 - 2n^2$ 의 최대값을 구하는 과정이다.

$$\log_{10} A = m + \alpha, \log_{10} \frac{10}{A} = n + \beta \quad (0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1)$$

라 하면, $m + n + \alpha + \beta$ 에서

$$\alpha + \beta = \text{(가)} \text{ 또는 } \text{(나)}$$

(i) $\alpha + \beta = \text{(가)}$ 일 때

$$m + n = 1 \text{ 이고}$$

$$m^2 - 2n^2 = m^2 - 2(1 - m)^2$$

$$= -m^2 + 4m - 2$$

$$= -(m - 2)^2 + 2$$

(ii) $\alpha + \beta = \text{(나)}$ 일 때,

$$m + n = 0 \text{ 이고}$$

$$m^2 - 2n^2 = m^2 - 2(-m)^2 = -m^2$$

(i), (ii)에 의하여 $A = \text{(다)}$ 일 때, 최대값은 (라) 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를
 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	0	1	100	2
②	1	0	100	2
③	0	1	10	1
④	1	0	1	0
⑤	0	1	1	0

16. $f(x) = |x - 2|$ 일 때, $f(f(x)) = \frac{1}{5}|x|$ 의 실근의 개수는?

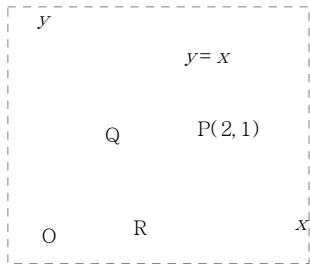
[4점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

17. 행렬 $\begin{pmatrix} x-2 & y \\ -y+2 & x \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 실수 x, y 를 정할 때, 점 $P(x, y)$ 가 그리는 도형의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{2}\pi$
- ② 2π
- ③ $2\sqrt{2}\pi$
- ④ 4π
- ⑤ $10\sqrt{2}\pi$

18. 그림과 같이 점 $P(2, 1)$ 과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 Q , x 축 위를 움직이는 점 R 를 잇는 $\triangle PQR$ 의 둘레의 길이가 최소일 때, 점 R 의 좌표는? [4점]



- ① $(\frac{2}{3}, 0)$
- ② $(1, 0)$
- ③ $(\frac{4}{3}, 0)$
- ④ $(\frac{3}{2}, 0)$
- ⑤ $(\frac{5}{3}, 0)$

19. 음이 아닌 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $x = a - b + 1, y = a + b - 1$ 로 나타낼 때, 점 $P(x, y)$ 가 존재하는 영역을 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선 포함) [4점]

①

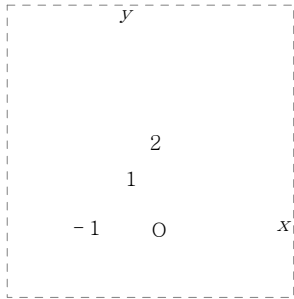
②

③

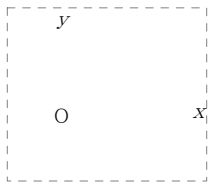
④

⑤

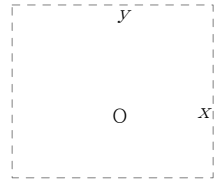
20. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 개형은? [3점]



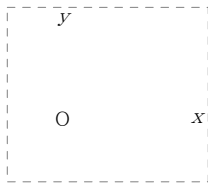
①



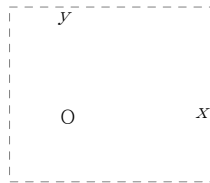
②



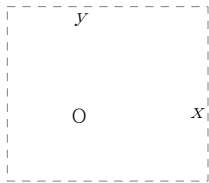
③



④



⑤



21. 방정식 $x^2 - 4x + k + 1 = 0$ 의 한 실근을 m 이라 할 때,
 $[m]=3$ 을 성립시키는 k 의 범위가 $\alpha < k < \beta$ 이다.
 α 와 β 의 곱은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [4점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

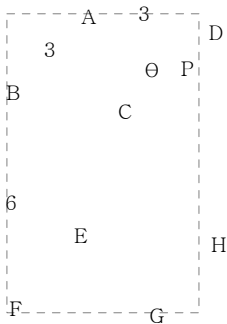
단답형 (22 ~ 30)

22. 10개의 자료 중에서 7개 자료의 평균은 17이고 나머지 3개 자료의 평균이 7일 때, 전체 평균을 구하시오. [2점]

23. $2^a - 2^{a-1} = 8\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt[3]{4^a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

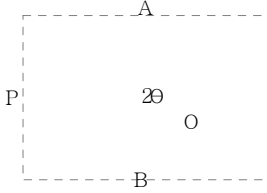
25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^3 - 4A^2 - 2A + E$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 3, 높이가 6인 직육면체 ABCD - EFGH가 있다. 꼭지점 A에서 직육면체의 표면을 따라 꼭지점 G까지 최단 거리의 선분을 그었을 때 모서리 CD와 만나는 점을 P라 하자. $\angle APG = \theta$ 일 때, $10(\cos \theta + 1)$ 의 값을 구하시오. [4점]



26. 유리함수 $f(x) = \frac{ax+b}{-x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 선분 PA와 선분 PB는 원 O의 접선이고 어두운 두 부분의 넓이가 같도록 하는 2θ 에 대하여 $\frac{2 \tan \theta}{\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, $\angle AOB = 2\theta$, $0 < 2\theta < \pi$) [4점]



28. $(1.25)^n$ 의 정수부분이 8자리의 수일 때, 정수 n 의 최소값을 구하시오. (단, $\log_{10} 2 = 0.3010$) [4점]

29. 함수 $f(x)$ 와 일차함수 $g(x)$ 의 합성함수가 $(f \circ g)(x) = (g(x))^2 + 4$, $(g \circ f)(x) = 4(g(x))^2 + 1$ 일 때, $g(52)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 연립부등식 $-x \leq y \leq 2 - x^2$ 이 나타내는 영역 위의 임의의 점 (x, y) 에 대하여 $2x + y$ 의 최대값을 M 최소값을 m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.